

# *Procedimentos inferenciais em índices de capacidade para dados autocorrelacionados via bootstrap*

Alberto W. Ramos ( [awramos@usp.br](mailto:awramos@usp.br))

Linda Lee Ho ( [lindalee@usp.br](mailto:lindalee@usp.br))

Departamento de Engenharia de Produção - EPUSP  
Caixa Postal 61548 São Paulo – SP – Brasil – 05424-970

*Abstract:*

*This paper presents procedures to build confidence intervals for capability indices  $C_p$  and  $C_{pk}$  based on bootstrap (resampling) methodology when data from the process are assumed to be autocorrelated (time dependent) and the residuals normally and identically distributed.*

Key-words: capability index  $C_p$  and  $C_{pk}$ ; time series; autocorrelation; bootstrap.

## **1. INTRODUÇÃO**

Os índices de capacidade têm por objetivo avaliar se um processo gera produtos que atendam às especificações de engenharia. Uma grande variedade de índices de capacidade pode ser encontrada na literatura. Entretanto, dois índices são os mais frequentemente utilizados:  $C_p$  e  $C_{pk}$ . O primeiro é definido como sendo a razão entre a tolerância de engenharia e a dispersão do processo, isto é:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6s}$$

onde:  $LSE$  é o limite superior da especificação;  $LIE$  é o limite inferior da especificação e  $s$  é desvio-padrão do processo. O índice  $C_p$  compara a tolerância da especificação do produto com a variação do processo (também chamada de tolerância natural). Intrinsecamente, este índice admite que a média do processo pode ser facilmente ajustada e, portanto, somente a tolerância de engenharia (a distância entre o limite superior e o inferior da especificação) é comparada com a dispersão total. Esta é sempre a melhor condição possível para o estudo, daí o motivo do índice ser habitualmente chamado de capacidade potencial.

O outro índice ( $C_{pk}$ ), é definido como

$$C_{pk} = \min\left(\frac{m - LIE}{3s}, \frac{LSE - m}{3s}\right)$$

que além de avaliar a variabilidade total permitida às peças com a tolerância natural de fabricação, verifica-se, também, a posição do processo em relação aos limites (superior e inferior) da especificação. Ele também pode ser empregado nos casos de processos com especificações unilaterais, quando inexistem  $LIE$  ou  $LSE$ , ou quando a média do processo não pode ser centralizada na especificação devido a um problema de engenharia ou a um elevado custo de alteração ou ajuste. Casos de processos em que a média é centralizada na especificação e a característica de interesse obedece a uma distribuição normal, é válida a igualdade  $C_p = C_{pk}$ .

A avaliação da capacidade do processo costuma ser feita mediante a comparação dos resultados dos índices de capacidade com valores mínimos estipulados em normas ou fixados

pelos próprios clientes. Por exemplo, com o lançamento dos requisitos QS-9000, foi estabelecido o critério  $Cpk > 1,67$  para a decisão da capacidade preliminar do processo para características críticas. Este valor é superior ao adotado em outras metodologias tal como em AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY CONTROL (ASQC, 1986, p.37) que adota  $Cpk > 1,33$ . Os critérios para decisão sobre a aceitabilidade do processo variam enormemente de indústria para indústria, não havendo uma padronização neste aspecto. Caso os índices tenham revelado uma inadequação do processo quanto ao atendimento das especificações de engenharia, ações corretivas adequadas devem ser tomadas, ou seja, o combate à variação excessiva,.

A avaliação dos índices de capacidade, embora simples, apresenta alguns problemas associados. É necessário deixar claro que em situações práticas  $m$  e  $\sigma$  são geralmente desconhecidos e suas estimativas são utilizadas, obtendo-se deste modo estimativas de  $Cp$  e  $Cpk$  que estão sujeitas a um erro de estimação em função da quantidade de dados disponíveis e às vezes do conhecimento limitado sobre o comportamento do processo.. De outra forma, estimativas de  $Cp$  e  $Cpk$  superiores a 1 não assegura necessariamente a capacidade do processo em atender às especificações. As metodologias para realização dos estudos de capacidade de curto-prazo em geral propõem valores estimados superiores a 1,33 para  $Cp$  e  $Cpk$  (ou até 1,67, dependendo da situação) para um processo ser considerado capaz. Tais valores mínimos não possuem embasamento estatístico, mas é apenas uma margem de segurança que busca assegurar que os valores de  $Cp$  ou  $Cpk$ , que são desconhecidos, tenham uma alta probabilidade de serem superiores a 1,0. Conforme CHENG (1994), dependendo do tamanho da amostra, estas margens de segurança (33% ou 67%) dadas aos índices podem ser insuficientes, conduzindo a interpretações incorretas sobre a real capacidade do processo. Ainda que  $Cp$  e  $Cpk$  possam ser relacionados com a porcentagem de produtos não conformes gerados pelo processo, tal sistemática necessita do emprego de uma distribuição de probabilidade (normal ou outra qualquer que seja adequada ao caso em estudo) para o seu cálculo. Caso seja conhecida a distribuição de probabilidade das estimativas destes índices, a construção de intervalos de confiança e a avaliação da chance de um certo índice ser menor do que 1,0 (processo incapaz) torna-se viável.

Aspectos inferenciais do índice  $Cp$  já foram estudados por vários autores considerando as observações normalmente distribuídas. CRYER; RYAN (1990) demonstraram que a estimação do desvio-padrão baseada na amplitude móvel média de um gráfico para valores individuais é ineficiente quando a distribuição dos valores individuais é normal e o processo é estável. O desvio-padrão amostral  $s$  também é um estimador viesado de  $\sigma$  e, portanto,  $s$  deve ser corrigido através do coeficiente,  $c_4$ , cujas tabelas podem ser encontradas em MONTGOMERY (1996, p.A-15). Quando o tamanho da amostra  $n > 30$  tal correção torna-se desnecessária, já que  $c_4 \cong 1$ . Se os valores individuais possuem distribuição normal, segue que  $s^2$  terá uma distribuição proporcional a uma distribuição qui-quadrado, com  $n-1$  graus de liberdade. O limite inferior de um intervalo de confiança construído desta forma está na expressão (3)

$$P\left\{Cp \geq \hat{Cp} \sqrt{\frac{c^2_{(n-1);1-a}}{n-1}}\right\} = 1 - a \quad (1)$$

No caso de índice  $Cpk$ , BISSEL(1990) construiu um intervalo de confiança, cujo limite inferior está expresso em (4)

$$P\left\{Cpk \geq \hat{Cpk} \left[1 - z_a \sqrt{\frac{1}{9n\hat{Cpk}} + \frac{1}{2(n-1)}}\right]\right\} = 1 - a$$

(2)

LEVINSON (1997) construiu limites de confiança para  $Cpk$ , com o emprego da distribuição t-Student não centrada. Maiores detalhes dos aspectos inferências deste índice ver KOTZ; JOHNSON (1993) e KOTZ & LOVELACE (1997).

Embora de uso comum no meio industrial, os índices convencionais costumam ser somente válidos quando os dados obtidos são independentes e com distribuição normal. Este não é o caso de diversas características dimensionais, químicas ou físicas, habitualmente mensuradas em processos produtivos.

Nos dias de hoje, o fenômeno de autocorrelação nas observações tem sido relatado cada vez mais por diversos autores, tais como MONTGOMERY (1996), PYZDEK (1992b) e WOODALL; FALTIN (1994), NETO e SOUZA (1996), por exemplo. A existência de autocorrelação pode sempre ser explicada em termos físicos. Dito de outra forma, a existência de dados autocorrelacionados pode ser criada por algum mecanismo que faz com que estes não mais sejam independentes entre si ao longo do tempo. Para medir o grau e intensidade da autocorrelação existente entre dados, usualmente utiliza-se o coeficiente de autocorrelação, definido como:

$$r_L = \frac{COV(x_t, x_{t-L})}{s^2(x_t)} \quad L = 1, 2, 3, \dots, n-1$$

onde,  $L$  é o retardo (do inglês, *lag*) existente entre os dados no cálculo de  $r_L$ ,  $COV(x_t, x_{t-L})$ , a covariância, e  $s^2(x_t)$ , a variância populacional e  $n$  é a quantidade de dados disponíveis. Na

prática  $r_L$  é estimado por  $\hat{r}_L = \frac{\sum_{t=1}^{n-L} (x_t - \bar{x})(x_{t+L} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}$   $L = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ , que pode ser

calculado de forma aproximada para um tamanho de amostra grande ( $n > 30$ ), como habitualmente ocorre em estudos de índice de capacidade. Os valores de  $\hat{r}_L$  estão sempre entre  $-1$  e  $+1$  (inclusive) e quanto maior o seu valor absoluto, maior a possibilidade de existência de dependência estatística serial entre os dados. Valores negativos de  $\hat{r}_L$ , por exemplo, indicam autocorrelação negativa, ou seja, quando um valor da série temporal se apresenta alto, o seguinte tem tendência a apresentar valores baixos e vice-versa.

Na interpretação de índices tradicionais de capacidade ( $Cp$  e  $Cpk$ ) há a restrição de que os valores individuais sigam uma distribuição normal. Entretanto, embora a distribuição de dados autocorrelacionados possa até ser normal, alguns problemas inexistentes quando as observações são independentes são introduzidos. O mais relevante é, provavelmente, o fato de que o estimador  $s^2$  deixa de ser justo (ou não-viesado) e, conseqüentemente, o seu valor esperado será menor do que a variância real do processo  $s^2$ , quando a autocorrelação for positiva (SHORE, 1997, p.619). Isto decorre do fato de que, quando os dados estão positivamente autocorrelacionados, um ponto acima da linha média num gráfico de controle tende a ser sucedido por pontos também superiores à média, formando-se várias seqüências (*runs*) de pontos consecutivos. Esta tendência de proximidade entre os pontos faz com que a estimação de  $s^2$  seja afetada. Por outro lado, a média da amostra pode também ser substancialmente diferente da média da população, afetando a sua estimação. Portanto, as estimativas dos índices  $Cp$  e  $Cpk$  ficarão prejudicados, já que suas estimativas  $\hat{Cp}$  e  $\hat{Cpk}$  estarão viesadas.

Em relação à avaliação da capacidade de processos com dados autocorrelacionados, pouco tem sido escrito e pesquisado. O interesse pelo assunto ainda é recente, segundo

ZHANG (1996, p.49), e mesmo alguns autores de renome, tal como KOTZ; JOHNSON (1993) fazem pouca referência a este problema específico. Diversos autores, tais como RODRIGUEZ (1992), FRANKLIN; WASSERMAN (1992), e CONSTABLE; YEN (1991), têm sugerido a utilização de técnicas de simulação, para avaliação da capacidade em situações especiais. Dentre os métodos de simulação, dois parecem ser de particular interesse: o método Monte Carlo e o método de reamostragem (Bootstrap). Embora ambos os métodos já sejam conhecidos há algum tempo, sua aplicação a dados autocorrelacionados tem sido incipiente e não têm sido feitas comparações quanto a sua eficiência e robustez nesta situação.

Este artigo apresenta procedimentos inferenciais para os índices de capacidade para características de qualidade autocorrelacionadas normalmente distribuídos via bootstrap. Na Seção 2 estão apresentados os procedimentos bootstrap para alguns modelos de séries temporais mais realistas na indústria são desenvolvidos, na Seção 3 estão os resultados obtidos via bootstrap e ilustrados através de exemplos numéricos, e na Seção 4 estão as conclusões.

## 2. REAMOSTRAGEM EM ESTUDOS DE CAPACIDADE COM AUTOCORRELAÇÃO

O método de reamostragem (Bootstrap) tem, em sua origem, os trabalhos independentes de EFRON (1979) e SIMON et al. (1976). Sua idéia consiste em que, por detrás de todo procedimento estatístico, existe sempre um processo físico que gera os dados em análise e, portanto, permite que se trabalhe diretamente com este modelo físico, através de simulação, ao invés da forma teórica da estatística indutiva clássica.

É uma técnica geral que permite avaliar a incerteza na estimação de parâmetros, porém substitui a análise matemática pela amostragem (com reposição) dos dados amostrais originais. Na realidade, este método não deixa de ser uma forma diferente de simulação Monte Carlo, porém utilizando a própria distribuição empírica dos dados.

O método de reamostragem é constituído dos seguintes passos:

- Passo 1: uma amostra constituída de  $n$  elementos da população em estudo ( $x_i, i=1, 2, 3, \dots, n$ ). Passo 2: mediante sorteio com reposição, extraem-se novas amostras (chamadas de reamostras) de  $r$  valores ( $r \leq n$ ) a partir da amostra original ( $x_{ij}^*, i=1, 2, 3, \dots, r; j=1, 2, \dots, B$ ).
- Passo 3: calcula-se uma estimativa pontual  $\hat{y}^*(j)$  do parâmetro de interesse com base das observações reamostradas no passo 2.
- Passo 4: repete-se os passos 1-3  $B$  vezes.
- Passo 5: calculam-se a média amostral ( $\bar{y}^*$ ) e o desvio-padrão amostral ( $s_y^*$ ) das estimativas.

Existem três formas de construir intervalos de confiança para o parâmetro de interesse o procedimento Bootstrap. A primeira é denominada de Método Padrão dada por:

$$\bar{y}^* \pm z_{\alpha/2} s_y^* \quad (3)$$

A segunda forma denominada de Método Percentil é obtida a partir das  $B$  estimativas de  $\hat{y}^*(j)$  ordenadas em ordem crescente e utilizam-se os percentis  $(\alpha/2)$  e  $(1 - \alpha/2)$  como os limites os intervalos de confiança, isto é:

$$[\hat{y}^*(\alpha/2); \hat{y}^*(1 - \alpha/2)] \quad (4)$$

E a terceira forma é denominada de Método Percentil Corrigido. Ele foi desenvolvido visando corrigir alguns problemas que surgem com o método anterior quando o estimador é viesado em relação ao parâmetro estimado. Os limites do intervalo de confiança são dados por:

$$[\hat{y}^*(p_i B); \hat{y}^*(p_s B)] \quad (5)$$

onde  $p_i = F(2z_0 - z_{\alpha/2})$ ;  $p_s = F(2z_0 + z_{\alpha/2})$ ;  $z_0 = F^{-1}(p_0)$  e  $p_0$  é a probabilidade de uma estimativa de  $\hat{y}^*(j)$  ser inferior à estimativa pontual da amostra original.

Existem basicamente dois tipos de séries temporais: estacionárias e não estacionárias. [BOX, JENKINS e REINSEL (1994)]. Por estacionária entende-se uma série em que sua média (e dispersão) está sempre em torno de um certo valor fixo, ou seja,

$$X_t = \mu + e_t$$

onde  $\mu$  é a média do processo, suposta constante, e  $e_t$  é a variação aleatória em torno da média, assumida como sendo  $N(0; \sigma_t^2)$ , com  $\sigma_t^2$  constante. Já no outro caso, o mesmo não ocorre, ou seja, sua média oscila livremente, não havendo sentido em se falar em um determinado valor para esta. Segundo os conceitos adotados em controle estatístico de processo, uma série não-estacionária não seria previsível, já que não é possível antever seu comportamento em futuro próximo. Em outras palavras, não há sentido em se tentar determinar a capacidade do processo em séries não estacionárias.

Dentre as várias categorias existentes são estacionárias as séries autoregressivas de ordem  $p$ :  $AR(p)$ , as de média móvel de ordem  $q$ :  $MA(q)$ , e as autoregressivas com média móvel de ordens  $(p, q)$ :  $ARMA(p, q)$  que podem se representadas pela equação:  $X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$ , onde  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{f}_i$  e  $\mathbf{q}_j$ ,  $i=1, \dots, p$ ;  $j=1, \dots, q$ , são parâmetros das séries temporais. Segundo MONTGOMERY; RUNGER (1994), das várias séries temporais estacionárias, merecem destaque as séries:  $AR(1)$ ,  $AR(2)$ ,  $MA(1)$ ,  $MA(2)$  e  $ARMA(1,1)$  por serem aquelas mais comumente encontradas no campo da engenharia e, portanto, as mais importantes no estudo de dados autocorrelacionados. Assim, em decorrência deste fato, optou-se por avaliar somente estas. Por outro lado, deve-se lembrar que uma das restrições dos modelos ARMA é a exigência de que os resíduos sejam independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância constante, ou seja,  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Neste trabalho, somente foram analisadas as séries temporais com resíduos normais. O método originalmente proposto por EFRON & TIBSHIRANI (1986) necessita ser modificado quando aplicado a estruturas de dados mais complexas, em virtude da existência de dependência serial. É necessário eliminar a estrutura interna existente entre os dados (autocorrelação) através do ajuste de um modelo adequado ARIMA. Se tal modelo for eficiente na extração da informação contida na série temporal, então os resíduos devem mostrar-se estatisticamente independentes (ruído branco). Assim sendo, o procedimento de reamostragem para dados autocorrelacionados é constituído das seguintes etapas:

- a) Gerar uma amostra com  $n$  valores segundo NIID (0,1);
- b) Gerar uma série temporal segundo o modelo  $ARIMA(p, q)$  selecionado;
- c) Obter a(s) estimativa(s) do(s) parâmetro(s) do modelo  $ARIMA(p, q)$  selecionado, pelo método dos mínimos quadrados;
- d) Ajustar o modelo aos dados, obtendo os resíduos estimados  $\hat{\varepsilon}_i = x_i - \hat{x}_i$ , e definir como amostra original  $(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_3, \dots, \hat{\varepsilon}_n)$  a estes;
- e) Obter uma reamostra  $\hat{\varepsilon}_1^*, \hat{\varepsilon}_2^*, \hat{\varepsilon}_3^*, \dots, \hat{\varepsilon}_n^*$ , mediante a amostragem (com reposição) dos resíduos da etapa d);

- f) Reconstituir a série temporal *ARIMA* ( $p, q$ ), utilizando a reamostra dos resíduos  $\hat{\varepsilon}_1^*, \hat{\varepsilon}_2^*, \hat{\varepsilon}_3^*, \dots, \hat{\varepsilon}_n^*$  e a(s) estimativa(s) do(s) parâmetro(s) obtida(s);
- g) Calcular as estimativas para os índices de capacidade  $Cp^{(i)}$  e  $Cpk^{(i)}$ ;
- h) Repetir as etapas a) até g)  $B$  vezes;
- i) Obter as médias amostrais de  $Cp$  e  $Cpk$  e os respectivos desvios-padrões  $s_{Cp}^*$  e  $s_{Cpk}^*$ ;
- j) Construir intervalos de confiança para  $Cp$  e  $Cpk$ , segundo as expressões (3) a (5).

Para ilustrar o procedimento proposto, três tamanhos de amostra foram utilizados:  $n=50, 100$  e  $250$ , já que é reconhecida a importância de tamanho da amostra na exatidão e precisão das estimativas. Tamanhos superiores a estes não costumam ser comum na execução de estudos de capacidade de curto-prazo, em função do custo de sua obtenção e interferência na produção normal. Nos casos simulados, a quantidade de repetições ( $B$ ) foi mantida constante e igual a  $1000$ . Segundo EFRON; TIBSHIRANI (1993, p. 274-6) estimativas empregadas na construção dos intervalos de confiança via reamostragem são satisfatórias para valores de  $B > 500$ . O limite inferior e superior de especificação foram fixados em  $-3$  e  $+3$ , respectivamente. A Tabela 1 estão os valores dos parâmetros utilizados na simulação. Eles foram escolhidos de modo que as séries fossem estacionárias, autocorrelações positivas e  $\xi = 0$ .

**Tabela 1** – Valor dos parâmetros das séries temporais utilizadas nas simulações

Série	Valor dos parâmetros	Variância da característica ( $\sigma^2$ )
AR(1)	$\phi_1=0,1; 0,3; 0,5; 0,7$ e $0,9$	$\sigma_\varepsilon^2/(1-\phi_1^2)$ (6)
AR(2)	$\phi_1=0,1; 0,2; \dots$ e $0,8$ $\phi_2=0,9-\phi_1$	$\sigma_\varepsilon^2(1-\phi_2^2)(1-\phi_1^2)^{-1}[(1-\phi_2)^2-\phi_1]^{-1}$ (7)
MA(1)	$\theta_1=-1,5; -1,3; -0,9; -0,5$ e $-0,1$	$\sigma_\varepsilon^2(1+\theta_1^2)$ (8)
MA(2)	$(\theta_1, \theta_2)=(-1,5; -1,3); (-1,5; -0,9);$ $(-1,1; -0,9); (-1,1; -0,5); (-0,7; -1,3);$ $(-0,7; -0,1); (-0,3; -1,5)$ e $(-0,3; -0,1)$	$\sigma_\varepsilon^2(1+\theta_1^2+\theta_2^2)$ (9)
ARMA(1,1)	$\theta_1=0,1; 0,5$ e $0,9$ combinados com $\phi_1=0,1; 0,5$ e $0,9$	$\sigma_\varepsilon^2(1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2)(1-\phi_1^2)^{-1}$ (10)

Nas simulações realizadas foram empregados dois softwares: MINITAB e RESAMPLING STATS. O primeiro para geração de amostras e análise estatística, tal como na obtenção de estimativas dos parâmetros dos modelos *ARIMA*. O outro software (RESAMPLING STATS) foi útil na fase de reamostragem dos resíduos, recomposição da série temporal e obtenção das distribuições de  $\hat{Cp}$  e  $\hat{Cpk}$ .

### 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Para avaliar os resultados obtidos na simulação via Bootstrap, algumas medidas foram calculadas para fazer comparações com valores teóricos para verificar o quão boas estão as estimativas obtidas. O erro quadrático médio

$$EQM = \sum_{i=1}^B \frac{(\hat{\psi}_i - \psi)^2}{B-1} = \sum_{i=1}^B \frac{(\hat{\psi}_i - \bar{\psi})^2}{B-1} + \frac{B(\bar{\psi} - \psi)}{B-1} = s_{\psi}^2 + \frac{B(\bar{\psi} - \psi)}{B-1}$$

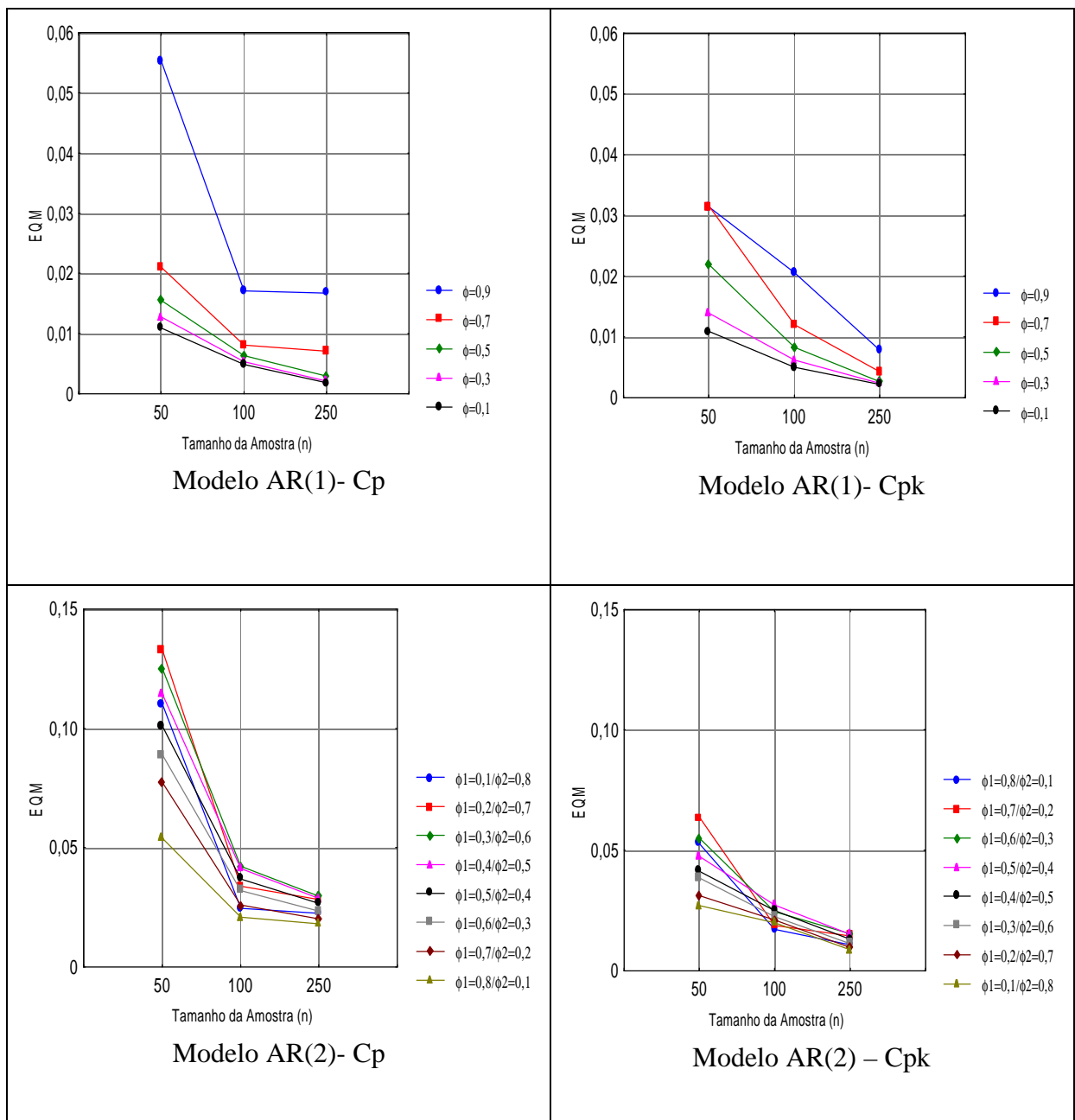
onde B é o número de repetições feitas na simulação e  $\hat{\psi}_i$  é o valor da i-ésima estimativa de  $\psi$ . É uma medida que combina o viés (diferença entre a estimativa média  $\bar{\psi}$  e o valor verdadeiro do parâmetro  $\psi$ ) e a variância de um conjunto de estimativas. Ele permitirá uma comparação do desempenho do método de Bootstrap em função do modelo selecionado [AR(p), MA(q) ou ARMA(p,q)], do valor do seu parâmetro e do tamanho da amostra.

Nas Figuras 1 a 3 estão os valores de EQM's de  $C_p$  e  $C_{pk}$  dos vários modelos de séries em função do tamanho da amostra. Nas Tabelas 2 a 6 apresentam-se os resultados obtidos, no tocante às estimativas de  $C_p$  ( $\bar{C}_p^*$ ) e  $C_{pk}$  ( $\bar{C}_{pk}^*$ ). Constam os valores teóricos de  $C_p=C_{pk}$ , os valores de  $\sigma^2$  conforme as expressões (10) a (14) dependendo da série simulada e os limites inferiores dos intervalos de confiança (IC) a 95%, segundo os três métodos: padrão, percentil e corrigido conforme expressões (3) a (5). Para fins comparativos, os limites inferiores de intervalo de confiança de  $C_p$  e  $C_{pk}$  dados respectivamente (1) e (2) também foram calculados e identificados como Bissel nas Tabelas 2-6.

A Figura 1 mostra uma comparação entre os EQM's das estimativas de  $C_p$  e  $C_{pk}$  em função dos vários tamanhos de amostra ( $n$ ) dos modelos AR(1) e AR(2). O EQM diminui sensivelmente com o aumento do tamanho da amostra nos dois modelos autoregressivos. Em geral, a queda é mais acentuada quando aumenta-se o tamanho da amostra de 50 para 100, especialmente para valores altos de  $\phi$  nos modelos AR(1). No modelo AR(2), os valores de EQM para  $C_{pk}$  são menores do que para  $C_p$ .

Das Tabelas 2 e 3, pode-se depreender que:

- Nos dois modelos autoregressivos, as três diferentes formas para construir IC fornecem valores muito próximos entre si, demonstrando coerência dos 3 métodos.
- No modelo AR(1), para valores baixos de  $\phi$  (0,1 ou 0,3) o método padrão fornece valores mais próximos do IC de Bissel no caso de  $C_p$ . Contudo, à medida que  $\phi$  vai aumentando o método do percentil corrigido torna-se preferível. No entanto o método corrigido tende a fornecer IC's mais próximos dos de Bissel, com exceção de  $\phi = 0,1$ , quando os métodos padrão ou percentil se revelaram melhores no caso de  $C_{pk}$
- No modelo AR(2), o método percentil corrigido revelou-se superior a todos os demais no caso do  $C_{pk}$ , contudo, os valores determinados por este método indicaram sempre uma cobertura maior do que os 95% de confiança de Bissel.



**Figura 3 - Modelos AR(1) e AR(2): Valores de EQM em função do tamanho da amostra.**



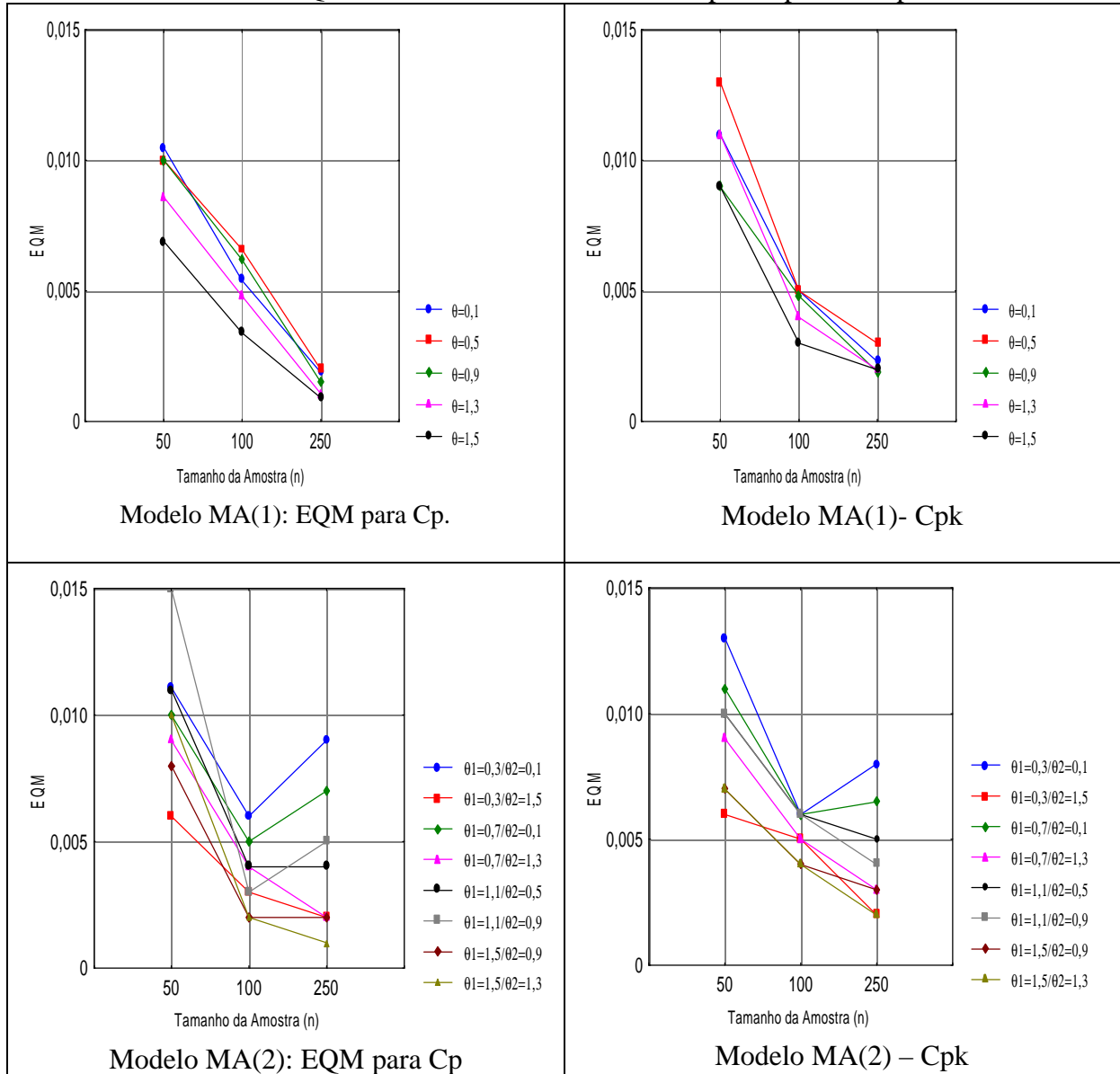
**Tabela 2 - Modelo AR(1) – Limite inferior dos intervalos de confiança**

f	n	$\sigma$	Cp= Cpk	Intervalo de confiança de Cp				Intervalo de confiança de Cpk			
				Bissel	padrão	percentil	corrigido	Bissel	padrão	percentil	Corrigido
<b>0,1</b>	<b>50</b>	1,0050	0,9950	0,8239	0,8565	0,8755	0,9059	0,8082	0,8059	0,8232	0,8508
	<b>100</b>			0,8813	0,8976	0,9086	0,9228	0,8700	0,8655	0,8767	0,8944
	<b>250</b>			0,9197	0,9290	0,9322	0,9386	0,9122	0,9079	0,9133	0,9213
<b>0,3</b>	<b>50</b>	1,0483	0,9539	0,7770	0,7893	0,8118	0,8326	0,7603	0,7308	0,7394	0,7674
	<b>100</b>			0,8394	0,8452	0,8532	0,8661	0,8275	0,8056	0,8106	0,8186
	<b>250</b>			0,8948	0,8899	0,8951	0,9022	0,8771	0,8644	0,8679	0,8753
<b>0,5</b>	<b>50</b>	1,1547	0,8660	0,6952	0,6683	0,6905	0,7084	0,6764	0,5811	0,5923	0,6655
	<b>100</b>			0,7553	0,7452	0,7537	0,7686	0,7420	0,6922	0,6960	0,7250
	<b>250</b>			0,8181	0,8143	0,8170	0,8299	0,8098	0,7821	0,7835	0,7964
<b>0,7</b>	<b>50</b>	1,4003	0,7141	0,5827	0,5085	0,5362	0,5594	0,5604	0,3751	0,3976	0,4023
	<b>100</b>			0,6169	0,5822	0,5890	0,6081	0,6009	0,5032	0,5048	0,5227
	<b>250</b>			0,7060	0,6897	0,6902	0,7000	0,6965	0,6463	0,6478	0,6576
<b>0,9</b>	<b>50</b>	2,2942	0,4359	0,4683	0,3692	0,4034	0,4266	0,4413	0,1285	0,1396	0,1928
	<b>100</b>			0,3883	0,3373	0,3592	0,3717	0,3650	0,1631	0,1549	0,1805
	<b>250</b>			0,4840	0,4519	0,4558	0,4639	0,4709	0,3740	0,3668	0,3867

**Tabela 3 – Modelo AR(2): Limite inferior dos intervalos de confiança**

f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	n	$\sigma$	Cp/ Cpk	Intervalo de confiança de Cp				Intervalo de confiança de Cpk			
					Bissel	padrão	percentil	corrigido	Bissel	padrão	percentil	Corrigido
<b>0,1</b>	<b>0,8</b>	<b>50</b>	1,9245	0,5196	0,6243	0,6127	0,6301	0,6569	0,6034	0,4301	0,4356	0,4639
		<b>100</b>			0,4847	0,4610	0,4778	0,4972	0,4650	0,2997	0,2980	0,3110
		<b>250</b>			0,5895	0,5503	0,5560	0,5671	0,5783	0,4675	0,4628	0,4986
<b>0,2</b>	<b>0,7</b>	<b>50</b>	1,8787	0,5323	0,6401	0,6224	0,6342	0,6617	0,6197	0,4183	0,4312	0,4529
		<b>100</b>			0,5038	0,4883	0,4902	0,5167	0,4847	0,3153	0,3097	0,3114
		<b>250</b>			0,6122	0,5708	0,5757	0,5833	0,6013	0,4915	0,4931	0,5021
<b>0,3</b>	<b>0,6</b>	<b>50</b>	1,8898	0,5291	0,6304	0,6009	0,6147	0,6538	0,6097	0,4192	0,4192	0,4402
		<b>100</b>			0,5012	0,4826	0,4947	0,5166	0,4821	0,2898	0,2990	0,3163
		<b>250</b>			0,6104	0,5679	0,5692	0,5904	0,5996	0,4832	0,4841	0,5065
<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>50</b>	1,9245	0,5196	0,6119	0,5785	0,5935	0,6144	0,5906	0,3767	0,3770	0,4220
		<b>100</b>			0,4893	0,4563	0,4587	0,4859	0,4697	0,2521	0,2607	0,2854
		<b>250</b>			0,5981	0,5520	0,5566	0,5646	0,5871	0,4693	0,4685	0,4858
<b>0,5</b>	<b>0,4</b>	<b>50</b>	1,9739	0,5066	0,5881	0,5263	0,5404	0,5612	0,5660	0,3348	0,3385	0,3687
		<b>100</b>			0,4725	0,4456	0,4627	0,4806	0,4524	0,2386	0,2357	0,2648
		<b>250</b>			0,5801	0,5353	0,5435	0,5495	0,5688	0,4573	0,4572	0,4821
<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>50</b>	2,0352	0,4914	0,5615	0,4857	0,5010	0,5359	0,4325	0,2972	0,3071	0,3419
		<b>100</b>			0,4533	0,4106	0,4238	0,4566	0,5471	0,2304	0,2378	0,2643
		<b>250</b>			0,5588	0,5212	0,5251	0,5409	0,5082	0,4384	0,4364	0,4444
<b>0,7</b>	<b>0,2</b>	<b>50</b>	2,1082	0,4743	0,5324	0,4592	0,4897	0,5202	0,5082	0,2648	0,2730	0,3104
		<b>100</b>			0,4324	0,3913	0,3971	0,4212	0,4109	0,2128	0,2100	0,2141
		<b>250</b>			0,5784	0,4936	0,5019	0,5120	0,5234	0,4188	0,4198	0,4454
<b>0,8</b>	<b>0,1</b>	<b>50</b>	2,1938	0,4558	0,5013	0,4231	0,4354	0,4729	0,4758	0,2001	0,1984	0,2548
		<b>100</b>			0,4107	0,3684	0,3789	0,4028	0,3883	0,1907	0,1770	0,2214
		<b>250</b>			0,5104	0,4725	0,4797	0,4876	0,4979	0,3999	0,4034	0,4151

Em relação aos modelos de média móvel, a Figura 2 traz os EQM's de Cp e Cpk, em função de n e  $\theta$ . Similar aos modelos AR(p), nos modelos de médias móveis, há um decréscimo dos EQM's com o aumento de n, mais acentuada quando esta vai de 50 para 100 nos dois índices. Estes EQM's são similares em valor tanto para Cp como Cpk.



**Figura 2 - Modelos MA(1) e MA(2): Valores de EQM em função do tamanho da amostra.**

**Tabela 4 – Modelo MA(1): Limite inferior dos intervalos de confiança**

q	n	$\sigma$	Cp= Cpk	Intervalo de confiança de Cp				Intervalo de confiança de Cpk			
				Bissel	padrão	percentil	corrigido	Bissel	padrão	percentil	Corrigido
<b>0,1</b>	<b>50</b>	1,0050	0,9950	0,8239	0,8517	0,8693	0,8983	0,8082	0,8064	0,8229	0,8475
	<b>100</b>			0,8822	0,8997	0,9056	0,9213	0,8709	0,8727	0,8787	0,8925
	<b>250</b>			0,9190	0,9253	0,9296	0,9387	0,9116	0,9037	0,9060	0,9176
<b>0,5</b>	<b>50</b>	1,1180	0,8944	0,7319	0,7341	0,7428	0,7761	0,7141	0,6788	0,6917	0,7165
	<b>100</b>			0,7933	0,8142	0,8210	0,8305	0,7807	0,7737	0,7801	0,7920
	<b>250</b>			0,8203	0,8180	0,8183	0,8264	0,8120	0,7918	0,7911	0,8027
<b>0,9</b>	<b>50</b>	1,3454	0,7433	0,6123	0,6320	0,6488	0,6791	0,5910	0,5717	0,5849	0,6092
	<b>100</b>			0,6593	0,6722	0,6819	0,7040	0,6442	0,6312	0,6386	0,6601
	<b>250</b>			0,6804	0,6861	0,6925	0,6959	0,6705	0,6585	0,6622	0,6695
<b>1,3</b>	<b>50</b>	1,6401	0,6097	0,5080	0,4704	0,4912	0,5178	0,4828	0,4103	0,4270	0,4562
	<b>100</b>			0,5412	0,5437	0,5517	0,5723	0,5232	0,5013	0,5066	0,5224
	<b>250</b>			0,5584	0,5567	0,5594	0,5689	0,5467	0,5280	0,5289	0,5388
<b>1,5</b>	<b>50</b>	1,8028	0,5547	0,4649	0,4351	0,4528	0,4686	0,4377	0,3745	0,3894	0,4079
	<b>100</b>			0,4923	0,5003	0,5055	0,5127	0,4728	0,4539	0,4586	0,4645
	<b>250</b>			0,5085	0,5053	0,5045	0,5107	0,4958	0,4765	0,4751	0,4793

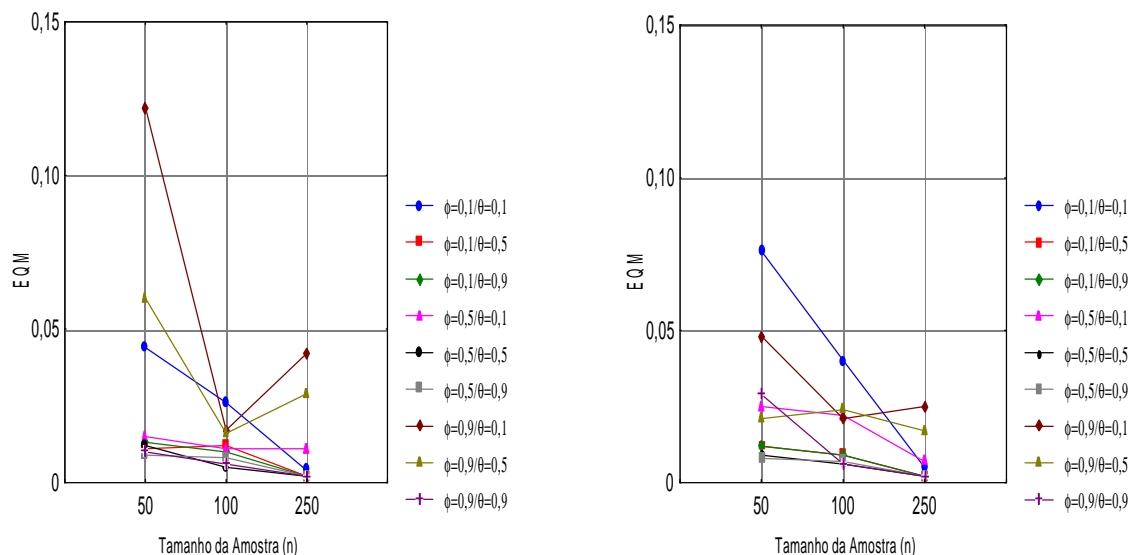
**Tabela 5 – Modelo MA(2): Limite inferior dos intervalos de confiança**

q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	n	$\sigma$	Cp= Cpk	Intervalo de confiança de Cp				Intervalo de confiança de Cpk			
					Bissel	padrão	percentil	corrigido	Bissel	padrão	percentil	Corrigido
<b>0,3</b>	<b>0,1</b>	<b>50</b>	1,0488	0,9535	0,7784	0,7980	0,8161	0,8354	0,7602	0,7413	0,7538	0,7803
		<b>100</b>			0,8386	0,8509	0,8600	0,8762	0,8267	0,8082	0,8170	0,8341
		<b>250</b>			0,8804	0,8146	0,8224	0,8516	0,8726	0,7955	0,7906	0,8147
	<b>1,5</b>	<b>50</b>	1,8276	0,5472	0,4615	0,4674	0,4774	0,4941	0,4342	0,4004	0,4047	0,4184
		<b>100</b>			0,4668	0,4633	0,4692	0,4809	0,4464	0,4127	0,4169	0,4257
		<b>250</b>			0,5133	0,4931	0,4970	0,5089	0,5007	0,4622	0,4642	0,4750
<b>0,7</b>	<b>0,1</b>	<b>50</b>	1,2247	0,8165	0,6662	0,6625	0,6830	0,7070	0,6467	0,6073	0,6226	0,6456
		<b>100</b>			0,7201	0,7171	0,7255	0,7272	0,7063	0,6709	0,6769	0,7011
		<b>250</b>			0,7505	0,6926	0,7020	0,7112	0,7414	0,6709	0,6700	0,7112
	<b>1,3</b>	<b>50</b>	1,7833	1,7860	0,4659	0,4530	0,4685	0,4958	0,4388	0,3800	0,3900	0,4958
		<b>100</b>			0,4802	0,4730	0,4835	0,4933	0,4604	0,4198	0,4189	0,4368
		<b>250</b>			0,5219	0,4792	0,4830	0,4910	0,5096	0,4473	0,4423	0,4557
<b>1,1</b>	<b>0,5</b>	<b>50</b>	1,5684	0,6376	0,5227	0,5339	0,5511	0,5956	0,4981	0,4624	0,4764	0,5000
		<b>100</b>			0,5559	0,5400	0,5477	0,5591	0,5383	0,4916	0,4965	0,5090
		<b>250</b>			0,5870	0,5377	0,5430	0,5520	0,5758	0,5102	0,4995	0,5190
	<b>0,9</b>	<b>50</b>	1,7378	0,5754	0,4736	0,4948	0,5116	0,5394	0,4469	0,4140	0,4261	0,4506
		<b>100</b>			0,4976	0,4861	0,4946	0,5007	0,4783	0,4306	0,4349	0,4549
		<b>250</b>			0,5312	0,4944	0,5049	0,5229	0,5190	0,4678	0,4571	0,4742
<b>1,5</b>	<b>0,9</b>	<b>50</b>	2,0149	0,4963	0,4115	0,4210	0,4323	0,4521	0,3816	0,3382	0,3444	0,3649
		<b>100</b>			0,4320	0,4284	0,4353	0,4427	0,4104	0,3736	0,3757	0,3849
		<b>250</b>			0,4570	0,4134	0,4203	0,4276	0,4433	0,3845	0,3784	0,3867
	<b>1,3</b>	<b>50</b>	2,2226	0,4499	0,3750	0,3928	0,4062	0,4275	0,3429	0,3080	0,3101	0,3449
		<b>100</b>			0,3903	0,3808	0,3877	0,3968	0,3671	0,3229	0,3227	0,3346
		<b>250</b>			0,4150	0,4002	0,4042	0,4111	0,4003	0,3634	0,3613	0,3713

Os intervalos unilaterais com 95% de confiança para Cp e Cpk, obtidos via Bootstrap para os modelos médias-móveis encontram-se nas Tabelas 4 e 5, cuja análise revela os seguintes pontos de importância:

- Nos modelos de médias móveis, não há um método (padrão, percentil ou corrigido) que seja superior aos demais na obtenção dos IC's para Cp, já que este varia em função do n e  $\theta$  selecionados. Contudo, quando  $n > 50$ , os valores dos IC's são muito próximos entre si para que se possa dizer que haja uma diferença prática entre estes resultados. As mesmas considerações são também válidas para o caso de Cpk;
- No modelo MA(1) os IC's obtidos contiveram os valores reais dos parâmetros estimados em todos os casos analisados; no modelos MA(2), a mesma observada é válida, contudo apresentaram uma cobertura ligeiramente superior àquela fornecida pelos IC's de Bissel (95% de confiança).

E os resultados do modelo auto-regressivo e de média móvel **ARMA(1,1)** estão representados na Figura 3. Há queda nos EQM's com o aumento de n e esta é mais acentuada quando o tamanho da amostra vai de 50 para 100, mas não em todas as combinações de  $\phi$  e  $\theta$ .



Modelo ARMA(1,1)- EQM para Cp

Modelo ARMA(1,1)- EQM para Cpk

**Figura 3** – Modelo ARMA(1,1):EQM para Cp e Cpk

Os intervalos unilaterais para Cp e Cpk, com confiança de 95%, segundo estes três métodos de bootstrap, estão na Tabela 6, cuja análise permite depreender que:

- Em geral, no caso de Cp, o método padrão é aquele que proporciona resultados mais próximos do IC unilateral de Bissel (exceto para  $\phi = 0,1$  e  $\theta = 0,1$ ) e, quando n aumenta, os três diferentes métodos fornecem resultados semelhantes. Contudo, para  $\phi$ 's maiores, os valores dos IC's tendem a ficar muito diferentes do valor teórico, proporcionando uma cobertura inferior aos 95% de confiança;
- No caso de Cpk, é também o método padrão que fornece valores mais próximos de Bissel para o IC, embora haja algumas situações em que o obtido pelo método corrigido se revele ligeiramente superior a este;
- Por várias vezes os IC's obtidos não contiveram o valor teórico do parâmetro estimado.

**Tabela 6 – Modelo ARMA(1,1): Limite inferior dos intervalos de confiança**

f	q	n	$\sigma$	Cp= Cpk	Intervalo de confiança de Cp				Intervalo de confiança de Cpk			
					Bissel	padrão	percentil	corrigido	Bissel	padrão	Percentil	corrigido
0,1	0,1	50	1,0000	1,0000	0,8063	0,6367	0,6532	0,6820	0,7903	0,5561	0,5804	0,6009
		100			0,8674	0,7316	0,7399	0,7519	0,8559	0,6839	0,6919	0,7049
		250			0,9047	0,8849	0,8913	0,9004	0,8972	0,8740	0,8817	0,8869
	0,5	50	1,0778	0,9278	0,6987	0,7387	0,7577	0,7753	0,6800	0,7273	0,7423	0,7700
		100			0,7566	0,9037	0,9096	0,9299	0,7434	0,8805	0,8902	0,9056
		250			0,7871	0,8468	0,8490	0,8618	0,7785	0,8390	0,8390	0,8457
	0,9	50	1,2831	0,7793	0,5799	0,6813	0,7000	0,7200	0,5575	0,6756	0,6933	0,7151
		100			0,6230	0,7366	0,7492	0,7601	0,6071	0,7322	0,7452	0,7569
		250			0,6478	0,7227	0,7252	0,7401	0,6375	0,7211	0,7237	0,7326
0,5	0,1	50	1,1015	0,9078	0,6589	0,6946	0,7199	0,7445	0,6391	0,6038	0,6154	0,6530
		100			0,7155	0,7048	0,7146	0,7259	0,7015	0,6458	0,6505	0,6730
		250			0,7788	0,9309	0,9331	0,9449	0,7701	0,9076	0,9084	0,9207
	0,5	50	1,0000	1,0000	0,5270	0,8901	0,9036	0,9246	0,5026	0,8513	0,8640	0,8880
		100			0,5681	0,8941	0,8993	0,9187	0,5508	0,8517	0,8549	0,8714
		250			0,6243	0,9289	0,9334	0,9408	0,6137	0,9148	0,9173	0,9261
	0,9	50	1,1015	0,9078	0,4276	0,8080	0,8180	0,8456	0,3985	0,7974	0,8101	0,8301
		100			0,4569	0,8524	0,8601	0,8763	0,4362	0,8437	0,8519	0,8727
		250			0,5027	0,8297	0,8316	0,8442	0,4899	0,8270	0,8282	0,8422
0,9	0,1	50	2,0901	0,4785	0,4341	0,5468	0,5594	0,5813	0,4053	0,3657	0,3585	0,3850
		100			0,3560	0,3696	0,3972	0,4150	0,3312	0,1998	0,2027	0,2343
		250			0,4454	0,5704	0,5753	0,5841	0,4314	0,5056	0,5092	0,5160
	0,5	50	1,3572	0,7368	0,3314	0,7644	0,7796	0,8153	0,2963	0,6248	0,6380	0,6586
		100			0,2653	0,5711	0,5861	0,6042	0,2356	0,4364	0,4508	0,4713
		250			0,3337	0,8055	0,8055	0,8155	0,3167	0,7490	0,7497	0,7597
	0,9	50	1,0000	1,0000	0,2654	0,8117	0,8209	0,8385	0,2251	0,7223	0,7335	0,7571
		100			0,2102	0,9039	0,9129	0,9222	0,1768	0,8585	0,8642	0,8753
		250			0,2645	0,9311	0,9347	0,9405	0,2451	0,9204	0,9226	0,9284

#### 4. CONCLUSÕES

Os métodos tradicionais existentes para avaliação de capacidade de processo falham quando os dados encontram-se autocorrelacionados. Os procedimentos para realizar inferências com os índices de capacidade devem ser modificados de forma a compensar não somente a variabilidade do processo onde os dados são coletados, mas também a dispersão adicional introduzida pela correlação serial.

A utilização da técnica Bootstrap é uma alternativa viável para se contornar a dificuldade de realizar inferências com os índices Cp e Cpk. As simulações revelaram que há uma sensível redução do erro quadrático médio (EQM) quando o tamanho da amostra (n) passa de 50 para 100. Esta queda já não é tão acentuada quando n aumenta de 100 para 250 elementos, quando a distribuição normal adere bem aos dados.

Dos três diferentes métodos avaliados na construção de intervalos de confiança (IC's): padrão, percentil e percentil corrigido, há uma tendência do primeiro gerar IC's mais fechados e do último, mais abertos. Nenhum dos três se revelou sistematicamente superior aos demais para qualquer um dos modelos ARMA (p,q) simulados, em termos de obtenção de limites próximos àqueles fornecidos pelos IC's teóricos.

Nos modelos AR(1), com  $\phi < 0,5$ , o método padrão demonstrou ser ligeiramente superior ao método percentil corrigido; nos modelo AR(2) os métodos percentil e percentil corrigido são superiores ao método padrão.

Nos modelos MA(1) e MA(2) não há método que tenha demonstrado ser melhor em todas as situações analisadas. Nos modelos ARMA (1,1), quando  $\phi$  e  $\theta$  aumentam, qualquer um dos métodos avaliados conduz a IC's muito mais fechados do que o IC teórico. Embora haja uma vantagem do método padrão sobre os demais, o fato é que a simulação bootstrap demonstrou um fraco desempenho nesta última situação.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY CONTROL *Statistical process control manual*. Milwaukee, ASQC, 1986.
- BISSELL, A.F. How reliable is your capability index? *Applied Statistics*, London, v.39, n.3, p.331-40, 1990.
- BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. *Statistics for experimenters*. New York, Wiley, 1978.
- BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M.; REINSEL, G.C. *Time series analysis, forecasting and control*. 3 ed. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1994.
- CHENG, S.W. Practical implementation of the process capability indices. *Quality Engineering*, Monticello, v.7, n.2, p.239-59, 1994.
- CONSTABLE, G. K.; YEN, V. Autocorrelation and control. In: ASQC QUALITY CONGRESS TRANSACTIONS, 45<sup>th</sup>, Milwaukee, 1991. *Proceedings*. Milwaukee, ASQC, p.375-82, 1991.
- CRYER, J. D.; RYAN, T. P. The estimation of sigma for an x chart:  $\bar{MR}/d_2$  or  $s/c_4$ ? *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.22, n.3, p.187-92, 1990.
- EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*, Hayward, v.7, n.1, p.1-26, 1979.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. *Statistical Science*, Hayward, v.1, n.1, p. 54-77, 1986.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. *An introduction to the bootstrap*. New York, Chapman & Hall, 1993.
- FRANKLIN, L.A.; WASSERMAN, G.S. Bootstrap lower confidence limits for capability indices. *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.24, n.4, p.196-210, 1992.
- KOTZ, S.; JOHNSON, N.L. *Process capability indices*. London, Chapman & Hall, 1993.
- LEVINSON, W.A. Exact confidence limits for process capabilities. *Quality Engineering*, Monticello, vol.9, n.3, p.521-8, 1997a.
- LEVINSON, W.A. Approximate confidence limits for Cpk and confidence limits for non-normal process capabilities. *Quality Engineering*, Monticello, vol.9, n.4, p.635-40, 1997b.
- MINITAB, INC. *Minitab statistical software, version 12*. Pennsylvania, Minitab, s.d.
- MONTGOMERY, D.C. *Introduction to statistical quality control*. 3 ed. New York, Wiley, 1996
- MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. *Statistical process control for the chemical and process industries*. Kirkland, Statistical Productivity, 1994.
- NETO, A. C.; SOUZA, R.C. *A bootstrap simulation in ARMA (p, q) structures*. J. of Forecasting, vol. 15, no. 4, p. 343-353.
- PYZDEK, T. *Pyzdek's guide to SPC*. Milwaukee, ASQC Quality, v. 2, 1992.
- RESAMPLING STATS *Resampling stats software, version 4*. Arlington, Resampling Stats, 1997.
- RODRIGUEZ, R.N. Recent developments in process capability analysis. *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.24, n.2, p.176-87, 1992.

- SCHNEIDER, H.; PRUETT, J.M. Control charting issues in the process industries. *Quality Engineering*, Monticello, v.6, n.2, p. 347-73, 1994.
- SHORE, H. Process capability analysis when data are autocorrelated. *Quality Engineering*, Monticello, v.9, n.4, p.615-26, 1997.
- SIMON, J.L.; ATKINSON, D.T.; SHEVOKAS, C. Probability and Statistics: Experimental results of a radical different teaching method. *The American Mathematical Monthly*, Washington, v. 83, n. 9, p. 733-9, 1976.
- WOODALL, W.H.; FALTIN, F.W. Autocorrelated data and SPC. *ASQC Statistics Division Newsletter*, Milwaukee, v.13, n.4, p. 18-21, 1994.
- ZHANG, N.F. Estimating process capability indices for autocorrelated processes. *Proceedings of the Section on Quality and Productivity*, Alexandria, p.49-54, 1996.