

VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DE PROCESSOS

*Alberto Wunderler Ramos
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Produção
awramos@usp.br*

1 INTRODUÇÃO

Estudos de validação de processos têm por objetivo avaliar se determinado processo consegue gerar produtos conformes. Costumam ser realizados nas fases iniciais de produção de um novo produto e visam realizar uma avaliação preliminar do desempenho do processo em termos de atendimento às especificações do produto.

Resumidamente, a metodologia consiste em obter uma amostra de produtos fabricados em condições normais de operação, avaliar a estabilidade estatística (ou previsibilidade) do processo e, determinar a capacidade deste processo gerar produtos dentro das especificações.

Embora de uso comum no meio industrial, principalmente na área de alimentos e farmacêutica, tais estudos costumam ser feitos sem o emprego da Estatística para inferir sobre o comportamento futuro do processo com base em amostras.

Este trabalho busca desenvolver uma metodologia completa que permita a correta avaliação da capacidade do processo nos estágios iniciais do ciclo de vida de um produto.

2 METODOLOGIA PARA ESTUDOS DE VALIDAÇÃO

Vários autores abordaram este assunto, tais CHARBONEAU e WEBSTER (1978), e HRADESKY (1989). As metodologias propostas são bastante similares e são constituídas das seguintes etapas, conforme apresenta a Figura 1.

2.1 Obtenção e coleta da amostra

Durante a realização do estudo, procura-se não fazer ajustes na máquina, trocas de lotes de material, trocas de operador, etc., a não ser que tal tipo de interferência seja inevitável. Normalmente, estipula-se a obtenção de uma amostra de 50 a 100 itens, coletados após ter dado tempo suficiente para o equipamento aquecer e estabilizar para, a seguir, numerar os itens, mantendo-se sua ordem cronológica de fabricação.

O tamanho da amostra recomendado está diretamente relacionado com a precisão das estimativas obtidas. Amostras muito pequenas produzirão incertezas maiores para os parâmetros (média, desvio-padrão, etc.) estimados. Por outro lado, amostras grandes incidirão em maiores custos de obtenção.

Contudo, mais importante do que o tamanho da amostra em si é a forma pela qual a mesma é obtida. RUNGER (1994) demonstrou que os danos advindos de um esquema de coleta de dados mal planejado são muito mais perniciosos do que as informações obtidas decorrentes de uma limitação de dados.

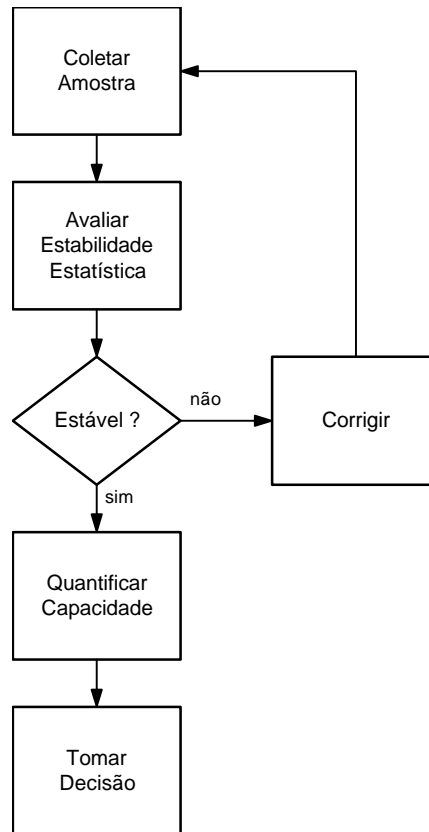


Figura 1 – Etapas básicas em estudo de capacidade.

Em um estudo de validação, com exceção da própria máquina, o ideal é que as demais variáveis do processo (materiais, mão-de-obra, métodos, meio de medição e meio ambiente) sejam mantidas fixas. A idéia é avaliar tão somente a variabilidade que pode ser imputada ao equipamento produtivo, constituído da máquina, ferramental e dispositivos associados. A Figura 2 ajuda a elucidar este conceito.

Caso haja mais de uma máquina ou, então, mais de um ferramental ou dispositivo em avaliação é preciso se fazer um estudo de validação para cada uma das possíveis combinações destas, já que esta será a única maneira de avaliar a eventual existência de diferenças.

As outras fontes de variação que restam e são exatamente aquelas avaliadas na validação e são devidas à repetição entre ciclos (variação entre unidades consecutivas), e às diferenças entre posições (casos de várias posições, por exemplo).

Os itens devem, também, ser numerados seqüencialmente para permitir que eventuais tendências, ciclos, ou outro problema qualquer no comportamento do processo seja detectado, evidenciando falta de previsibilidade na variação do processo.

Do ponto de vista prático, várias dificuldades que podem surgir nesta etapa:

a) tempo elevado para obtenção da amostra

Este fato não afeta sensivelmente os resultados obtidos, desde que se procure manter todas as variáveis do processo tão constantes quanto possíveis. Caso isto não seja possível (necessidade de troca de lote de matéria-prima, por exemplo), as ocorrências devem ser anotadas e, na etapa seguinte, verificado o impacto de tal mudança na estabilidade estatística do processo.

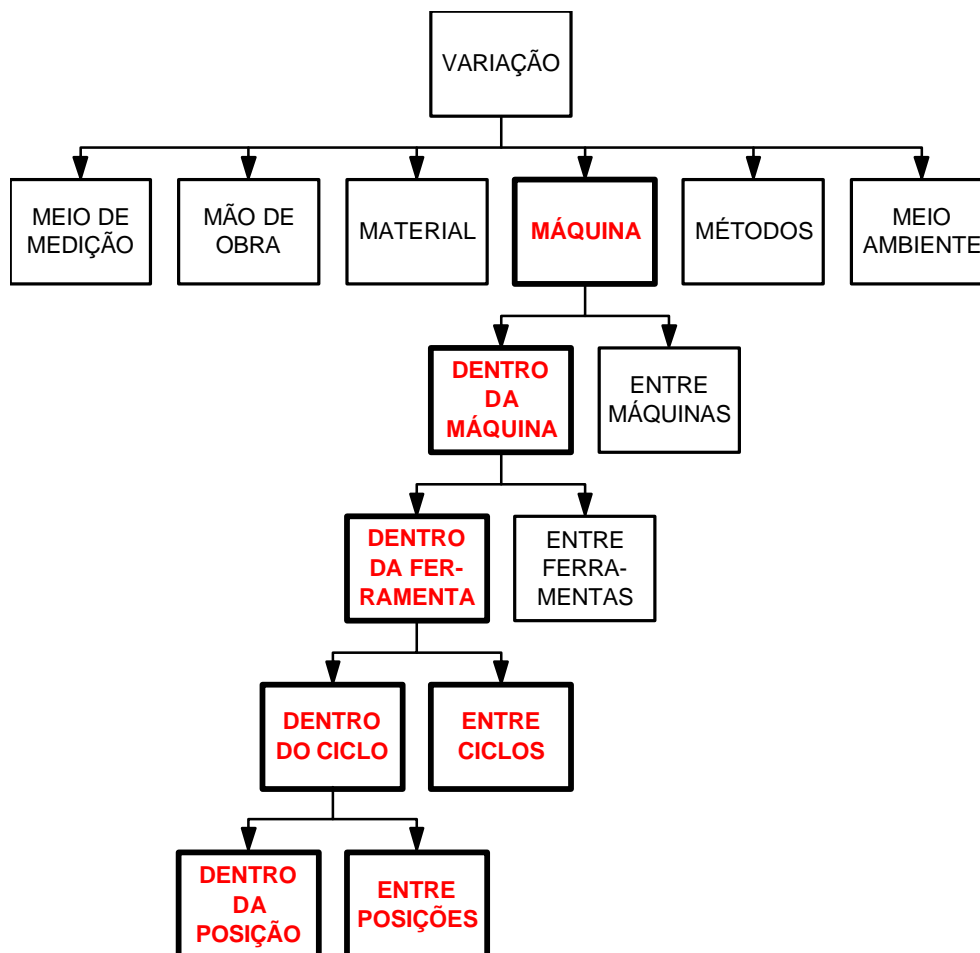


Figura 2 – Formação de sub-grupos racionais

b) custo excessivo na fabricação da amostra

Isto é especialmente válido no caso de produtos sofisticados tecnologicamente ou com alto valor agregado. Contudo, esta questão é uma decisão de caráter eminentemente econômico e, portanto, foge do escopo deste trabalho.

c) manutenção da ordem seqüencial em que os produtos são gerados

É uma restrição que não pode ser relaxada, já que a ordem no tempo é essencial para a avaliação da estabilidade estatística do processo. Este tipo de ocorrência é comum em máquinas com grande velocidade de produção. As saídas existentes para viabilizar esta questão são: ou a construção de dispositivo na saída da máquina (magazine, por exemplo), ou a identificação da origem da peça (cavidade, posição, etc.);

d) existência de múltiplos fluxos de produtos

É a situação de máquinas com diferentes posições, tais como máquinas de compressão na indústria farmacêutica, ou de envase na indústria alimentícia. Nestes casos, a amostra deve ser dividida igualmente entre os diversos fluxos de produtos existentes, identificando-se claramente a sua origem e preservando-se sua seqüência no tempo. O objetivo de tal procedimento é possibilitar, na etapa de avaliação da estabilidade estatística do processo, a verificação de existência de diferenças assinaláveis entre os diferentes fluxos.

2.2 Avaliação da Estabilidade Estatística

A avaliação da estabilidade estatística (previsibilidade) é feita mediante a construção de um gráfico de controle adequado, cujo objetivo é verificar se o padrão de variação do processo se mantém ou não ao longo do período de coleta dos dados.

Se a análise dos gráficos revelar que o processo é instável (ou que está fora de controle estatístico), será necessário reiniciar o estudo de validação. Caso contrário, pode-se prosseguir com o estudo. É importante destacar que nem todas as metodologias exigem esta etapa de verificação da estabilidade estatística do processo.

A restrição de existência de estabilidade estatística resulta da necessidade de que a variação do processo possa ser adequadamente representada através de algum modelo matemático (uma distribuição de probabilidade, no caso), possibilitando a inferência quanto aos parâmetros de processo. Para tanto, não pode haver presença de causas especiais de variação (ou causas assinaláveis).

Quando um processo é instável, não há previsibilidade quanto ao seu desempenho e, conseqüentemente, não existe qualquer possibilidade de se prever a aceitabilidade dos produtos por este gerados unicamente com base nas amostras coletadas. Os resultados, obtidos nesta situação, tornam-se totalmente inválidos.

Os gráficos de controle, desenvolvidos por SHEWHART (1931), admitem que uma observação qualquer de X (x_t) obtida de um processo estatisticamente estável (com média μ e desvio-padrão σ constantes) pode ser adequadamente representada através do modelo matemático:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde ε_t é o erro amostral, suposto distribuído normal e independentemente com média 0 e desvio-padrão constante.

Adotou, então, o critério de que uma estatística qualquer (W) calculada a partir destas observações, independentemente de sua distribuição amostral de probabilidade, terá como limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_W &= \mu(W) + 3.\sigma(W) \\ LM_W &= \mu(W) \\ LIC_W &= \mu(W) - 3.\sigma(W) \end{aligned} \quad (2)$$

Os gráficos de controle são robustos quanto a desvios da normalidade nos dados, conforme demonstraram BURR (1967) e SCHILLING; NELSON (1976). Mesmo quando um processo gera dados cuja distribuição não possa ser admitida como normal, ainda assim os gráficos de controle funcionarão a contento.

Para se avaliar a estabilidade estatística do processo, as metodologias recomendam que a amostra total de tamanho n (50 a 100 valores) seja dividida em k subgrupos de tamanho n/k cada um (20 subgrupos, cada um com 5 valores, por exemplo). Contudo, com este procedimento genérico nem sempre é correto.

Quando existe um único fluxo de produtos, como é o caso de máquinas singelas, não ha nenhum critério racional pelo qual se possa justificar a formação destes subgrupos, conforme os princípios básicos estabelecidos por SHEWHART (1931), e muito bem explicados por WHEELER (1996). Em outras palavras, um subgrupo é uma certa quantidade de dados tomados em condições similares e que, portanto, mantêm entre si uma certa homogeneidade. Agrupar valores arbitrariamente de n/k em n/k itens não possui nenhuma justificativa plausível por detrás de si. Conseqüentemente, o recomendado seria tratar os dados obtidos como valores individuais.

O gráfico para valores individuais possui os seguintes limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_x &= \bar{x} + E_2 \cdot \bar{R}_m \\ LM_x &= \bar{x} \\ LIC_x &= \bar{x} - E_2 \cdot \bar{R}_m \end{aligned} \quad (3)$$

onde \bar{x} é a média dos k valores individuais obtidos, E_2 é um fator de correção, função da quantidade de itens (m) tomados na amplitude móvel (veja Anexo A), e \bar{R}_m é a amplitude móvel média definida como:

$$\bar{R}_m = \frac{\sum R_{m_i}}{k} \quad (4)$$

com cada amplitude móvel (R_{m_i}) sendo definida como:

$$R_{m_i} = |x_m - x_{m+1}| \quad i = 1, 2, 3, \dots, k-1 \quad (5)$$

Este gráfico (\bar{x}) é utilizado conjuntamente com o gráfico da amplitude móvel (R_m), que possui como limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_{R_m} &= D_4 \cdot \bar{R}_m \\ LM_{R_m} &= \bar{R}_m \\ LIC_{R_m} &= D_3 \cdot \bar{R}_m \end{aligned} \quad (6)$$

onde D_3 e D_4 são fatores de correção, função da quantidade de itens (m) tomados na amplitude móvel (Anexo A).

Quando há diversos fluxos de produtos, como no caso de máquinas com múltiplas posições, cada uma destas deve ser considerada como sendo um subgrupo “natural” em si mesmo, já que é mais provável haver diferenças entre posições do que dentro de uma mesma posição. Conseqüentemente, obter amostras de tamanho n de cada uma das k diferentes cavidades ou posições aparenta ser uma alternativa adequada.

Face ao exposto, pode-se adotar gráficos da média e amplitude (\bar{x} e R) nesta situação. Seus limites de controle são:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R} \\ LM_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ LIC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R} \end{aligned} \quad (7)$$

onde A_2 é um fator de correção, função do tamanho do subgrupo (Anexo A), e $\bar{\bar{x}}$ é a média geral calculada como:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}}{k} \quad (8)$$

com k, a quantidade total de subgrupos e R-barra é a amplitude móvel calculada como:

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{k} \quad (9)$$

Para o gráfico da amplitude (R), têm-se os seguintes limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_R &= D_4 \cdot \bar{R} \\ LM_R &= \bar{R} \\ LIC_R &= D_3 \cdot \bar{R} \end{aligned} \quad (10)$$

com D_3 e D_4 fatores de correção, função do tamanho do subgrupo (Anexo A).

2.3 *Quantificar a Capacidade*

Verificada a estabilidade estatística do processo, pode-se passar a quantificar a sua capacidade. Isto costuma ser feito mediante o uso de índices de capacidade. Existe uma grande variedade de índices de capacidade, segundo BOTHE (1997). Entretanto, em estudos de validação, dois índices são mais freqüentemente utilizados: C_m e C_{mk} , conforme FINLEY (1992).

O primeiro índice, é definido como sendo a razão entre a tolerância de engenharia e a dispersão do processo, matematicamente:

$$C_m = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (11)$$

onde LSE é o limite superior da especificação, LIE o limite inferior da especificação e σ é o desvio-padrão do processo (população).

O índice C_m compara a variabilidade total permitida ao produto (ou tolerância de especificação) com a variação do processo (também chamada de tolerância natural). Assim, para o processo ser considerado capaz, o índice C_m deve ser igual ou maior do que 1, o que equivale a dizer que pelo menos 99,73% dos produtos serão conformes, admitindo-se a distribuição normal válida para a variabilidade dos valores individuais e a média do processo centralizada na especificação. A Figura 3 ilustra este índice.

Intrinsecamente, este índice admite que a média da máquina pode ser facilmente ajustada e, portanto, somente a tolerância de engenharia (que é a distância entre o limite superior e o inferior da especificação) é comparada com a dispersão total. Esta é sempre a melhor condição possível para o estudo, daí o porquê do índice ser habitualmente chamado de capacidade potencial.

O outro índice, C_{mk} , é definido como

$$C_{mk} = \text{mínimo} \{C_{mi}, C_{ms}\} \quad (12)$$

onde C_{mi} é calculado mediante

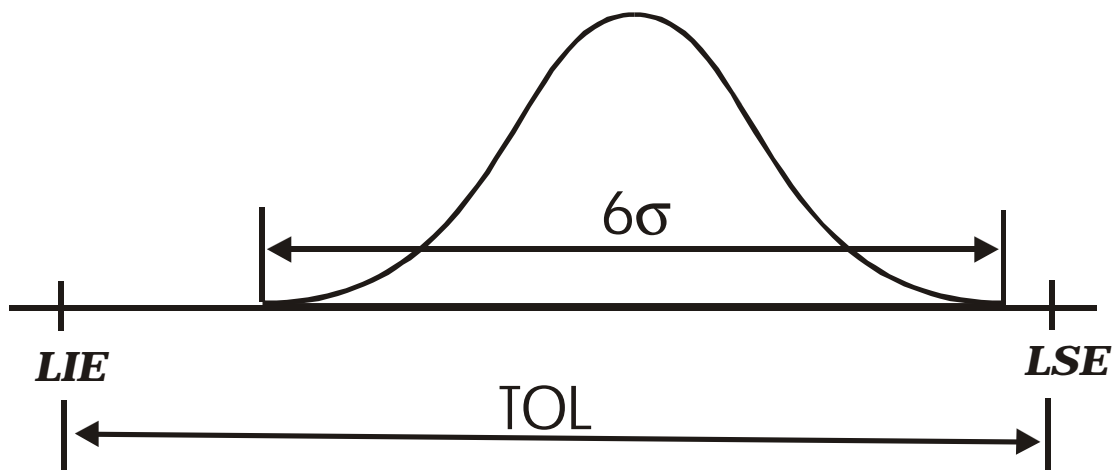


Figura 3 – Índice Cm

$$C_{mi} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (13)$$

Analogamente, define-se o índice C_{ms} como sendo

$$C_{ms} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (14)$$

C_{mk} é recomendado nos casos de especificações unilaterais, onde inexistem LIE ou LSE, ou quando a média do processo não pode ser centralizada na especificação por problema de engenharia ou, ainda, devido a um elevado custo de alteração ou ajuste.

No índice C_{mk} , além de avaliar-se a variabilidade total permitida às peças com a tolerância natural de fabricação, verifica-se, também, a posição do processo em relação aos limites (superior e inferior) da especificação. Assim, o valor de C_{mk} deve ser igual ou superior a 1 para o processo ser considerado capaz. Este índice é, também, conhecido pelo nome de capacidade de máquina.

No cálculo de C_m e C_{mk} admite-se que os dados podem ser adequadamente representados por uma distribuição normal. Caso isto não ocorra, as fórmulas de (11) a (14) devem ser alteradas. A verificação da validade da distribuição normal para o processo em estudo é feita através de testes de aderência (testes não-paramétricos).

D'AGOSTINO; STEPHENS (1986) apresentam vários tipos diferentes de testes de aderência para a distribuição normal. Embora concluam que não exista um único teste ótimo para avaliar todas as situações de desvio quanto à condição de normalidade, recomendam uma análise gráfica de dados, envolvendo o uso do papel de probabilidade normal, na avaliação de aderência.

O papel de probabilidade normal emprega o conceito de linearização de dados, mediante o emprego de transformações adequadas, de forma que caso a distribuição normal seja adequada à representação da variabilidade do processo, os pontos (porcentagens acumuladas) aparecerão alinhados próximo a uma reta, conforme mostra a figura 4, a seguir.

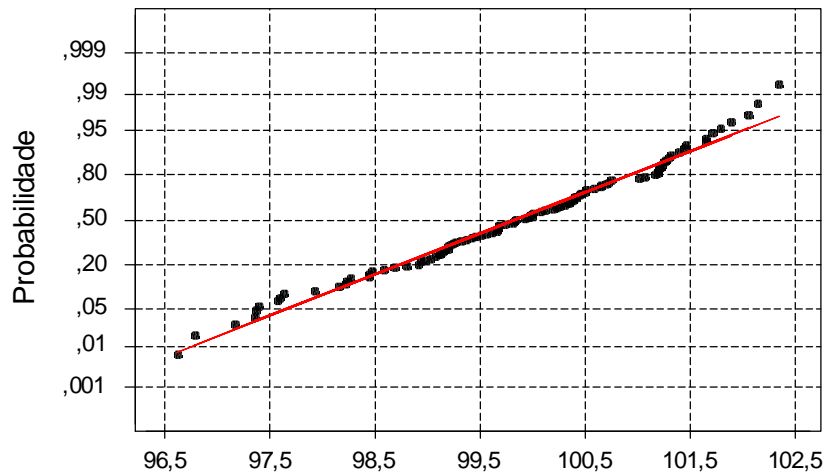


Figura 4 - Papel de probabilidade normal

Quando os valores individuais não mais apresentam distribuição normal, os índices C_m e C_{mk} tradicionais devem ser modificados. Nesta situação, para haver equivalência em termos de área com a distribuição normal (99,73%), usam-se os percentis 0,135 (P_1) e 99,865 (P_5) da outra distribuição, e calculam-se os índices de capacidade através de:

$$\hat{C}_m^* = \frac{LSE - LIE}{P_5 - P_1} \quad (15)$$

e $\hat{C}_{mk}^* = \min\{\hat{C}_{mi}^*, \hat{C}_{ms}^*\}$, com

$$\hat{C}_{mi}^* = \frac{Md - LIE}{Md - P_1} \quad (16)$$

ou ainda

$$\hat{C}_{ms}^* = \frac{LSE - Md}{P_5 - Md} \quad (17)$$

onde Md é a mediana (ou percentil 50,000).

CLEMENTS (1989) apresentou uma proposta interessante onde, a partir do ajuste de uma curva de Pearson, calcula a porcentagem de produtos não-conformes para, a seguir, determinar os índices \hat{C}_m^* e \hat{C}_{mk}^* . As suas etapas básicas são:

a) calcular a média (\bar{x}), o desvio-padrão (s) e os coeficientes de assimetria (Sk) e curtose (Ku) dos dados, definidos como:

$$Sk = \frac{m_3}{s^3} \quad e \quad Ku = \frac{m_4}{s^4} - 3 \quad (18)$$

com

$$m_j = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^j}{n} \quad (19)$$

- b) determinar os percentis 0,135 (P_1^*) e 99,865 (P_5^*) padronizados (Anexo B);
 c) determinar a mediana (Md^*) padronizada (Anexo C);
 d) calcular os percentis 0,135 (P_1) e 99,865 (P_5) estimados, através de:

$$P_1 = \bar{x} - s.P_1^* \quad (20)$$

$$P_5 = \bar{x} + s.P_5^*$$

- e) calcular a mediana estimada (Md), através de:

$$Md = \bar{x} + s.Md^* \quad (21)$$

- f) calcular os índices de capacidade (\hat{C}_m^* e \hat{C}_{mk}^*), através das fórmulas (15) a (17)
 g) concluir sobre a capacidade do processo.

A avaliação dos índices de capacidade, embora simples, também apresenta alguns outros problemas práticos associados. Inicialmente é necessário deixar claro que tanto \hat{C}_m como \hat{C}_{mk} são estimativas de C_m e C_{mk} e que, portanto, estão sujeitas a um erro de estimação, ou seja, por serem calculados a partir dos valores da amostra, também apresentam variação. Dito de uma outra forma, a obtenção de valores superiores a 1 para \hat{C}_m e \hat{C}_{mk} não assegura necessariamente a capacidade do processo em atender às especificações.

A avaliação da capacidade de curto-prazo costuma ser feita mediante a comparação dos resultados dos índices de capacidade com valores mínimos estipulados em normas ou fixados pelos próprios clientes.

Por exemplo, com o lançamento dos requisitos QS-9000, foi estabelecido um critério para a decisão da capacidade preliminar do processo: $\hat{C}_{mk} > 1,67$ para características definidas como críticas. Este valor é superior ao adotado em outras metodologias, onde é requerido que $\hat{C}_{mk} > 1,33$, tal como em AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY CONTROL (ASQC, 1986, p.37), e busca dar uma margem de segurança maior por haver poucos dados disponíveis e um conhecimento limitado sobre o comportamento do processo.

Os critérios para decisão sobre a aceitabilidade do processo variam enormemente de indústria para indústria, não havendo uma padronização única neste aspecto. Contudo, face às quantidades de dados normalmente empregadas em estudos de validação e, também, em função do tipo desta, julgamos que os seguintes critérios podem ser adotados no caso de indústria farmacêutica ou alimentícia.

Tabela 1 – Critérios recomendados

Tipo de Validação	Quantidade mínima de itens	C_{mk} mínimo
Retrospectiva	100	1,33
Prospectiva	30	1,67

Ações corretivas adequadas devem ser tomadas caso os índices tenham revelado uma inadequação do processo quanto ao atendimento das especificações de engenharia.

3. UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Visando avaliar a uniformidade de conteúdo de um processo de mistura, o teor ativo em comprimidos foi medido ao longo de três lotes iniciais de fabricação. De cada lote, tomou-se uma amostra de 30 comprimidos, cuja ordem de obtenção ao longo do tempo foi mantida. A especificação para esta característica é de 85 a 115 mg.

Foram empregados gráficos de controle para valores individuais e amplitudes móveis, apresentados na Figura 5, a seguir. Verifica-se que o processo pode ser considerado como previsível quanto ao seu desempenho para esta característica, uma vez que nenhum ponto caiu fora dos limites de controle e, também, pelo fato dos pontos não apresentarem nenhum padrão estranho de variação.

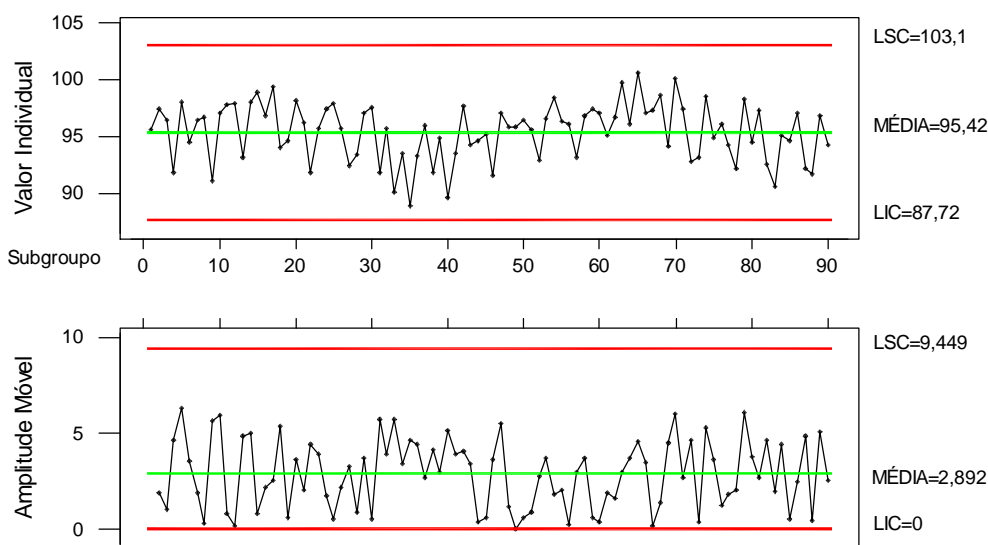


Figura 5 – Gráficos de Controle do Teor Ativo de Comprimidos

Antes de verificar se o processo é capaz de atender às especificações, é preciso avaliar se os dados podem ser admitidos como provenientes de uma distribuição normal. Para tanto, vai se empregar o papel de probabilidade normal, apresentado na Figura 6.

Como todos os pontos se apresentam próximos de uma reta, isto demonstra que o modelo de variação representado pela distribuição normal é adequado.

Finalmente, avalia-se a capacidade do processo mediante o cálculo dos índices de capacidade C_m e C_{mk} , apresentados na Figura 7.

Pelo fato de haver 90 dados e C_{mk} ter fornecido valor 1,38, o processo pode ser considerado capaz. Entretanto, observa-se que este encontra-se ligeiramente descentralizado na especificação, visto que a sua média é 95,415 mg contra 100 mg que é o centro da especificação. Um ajuste efetuado na média fará com que sua capacidade aumente mais.

Em função destes resultados todos, o processo pode ser validado estatisticamente.

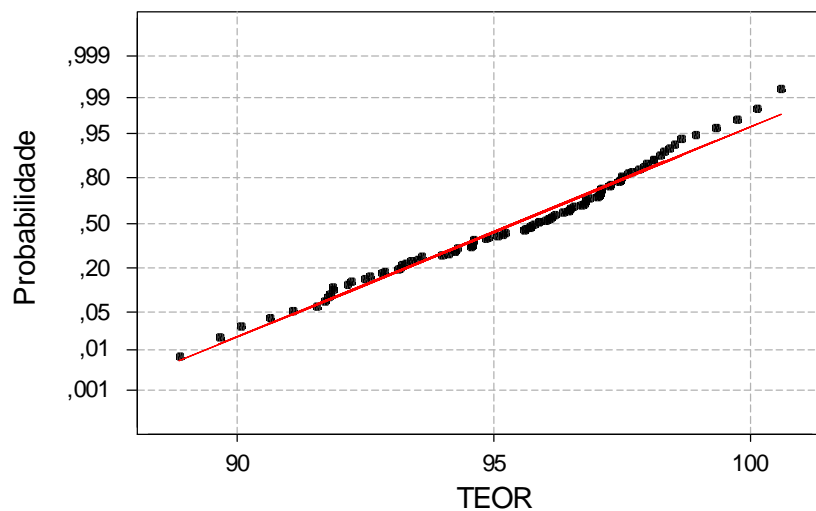


Figura 6 – Papel de Probabilidade Normal para Teor de Comprimidos

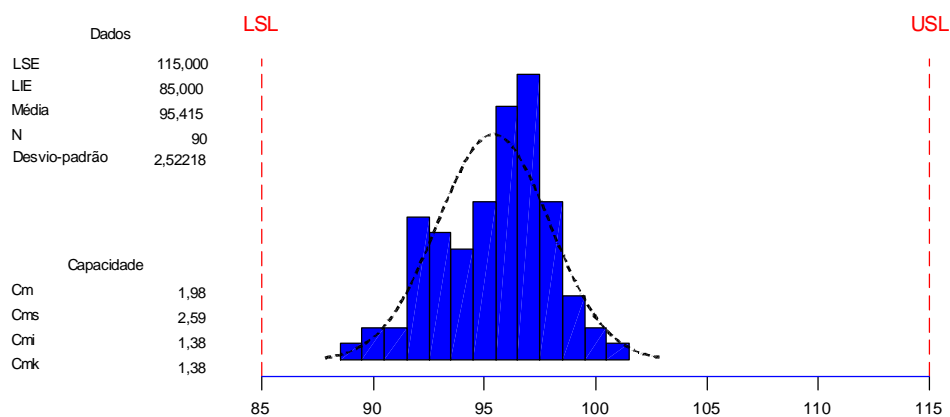


Figura 7 – Estudo de Capacidade para Teor de Comprimidos

4. CONCLUSÕES

Estudos de validação de processo já são rotina em muitas indústrias. Contudo, o emprego de métodos estatísticos nestes estudos ainda é muito incipiente, em parte devido à falta de cultura de avaliar a variabilidade de processos visando assegurar resultados consistentes e adequados, ou seja, produtos que atendam às especificações.

A metodologia aqui proposta não visa ser completa, mas apenas encaminhar algumas soluções aos problemas mais freqüentemente encarados pelos profissionais responsáveis pela execução de tal tipo de estudo: estabilidade ou previsibilidade de processo, distribuição normal e não-normal, e índices de capacidade.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN SOCIETY FOR QUALITY CONTROL. *Statistical process control manual*. Milwaukee, ASQC, 1986.
- BOTHE, D.R. *Measuring process capability*. New York, McGraw-Hill, 1997.
- BURR, J.T. The effects of non-normality on constants for x-bar and R charts. *Industrial Quality Control*, Milwaukee, v.23, p.563-9, 1967.
- CHARBONNEAU, H.C.; WEBSTER, G.L. *Industrial quality control*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1978.
- CLEMENTS, J.A. Process capability calculations for non-normal distributions. *Quality Progress*, Milwaukee, v.22, n.9, p. 95-100, 1989.
- D'AGOSTINO, R.B.; STEPHENS, M.A. *Goodness-of-fit techniques*. New York, Marcel Dekker, 1986.
- FINLEY, J.C. What is capability? or What is Cp and Cpk? In: ASQC QUALITY CONGRESS TRANSACTIONS, 46th, Nashville, 1992. *Proceedings*. Milwaukee, ASQC, p.186-92, 1992.
- HRADESKY, J.L. *Aperfeiçoamento da qualidade e da produtividade*. São Paulo, McGraw-Hill, 1989.
- RUNGER, G.C. Robustness of variance estimates for batch and continuous processes. *Quality Engineering*, Monticello, vol. 7, n.1, p.31-43, 1994.
- SCHILLING, E.G.; NELSON, P.R. The effect of nonnormality on the control limits of x-bar charts. *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.8, 1976.
- SHEWHART, W. A. *Economic control of quality of manufactured product*. New York, Van Nostrand, 1931.
- WHEELER, D.J. *Advanced topics in statistical process control*. Knoxville, SPC, 1996.

Anexo A - FATORES PARA CÁLCULO DE LIMITES DE CONTROLE

<i>n</i>	<i>A</i>₂	<i>A</i>₃	<i>E</i>₂	<i>B</i>₃	<i>B</i>₄
2	1,880	2,695	2,660	-	3,267
3	1,023	1,954	1,772	-	2,568
4	0,729	1,628	1,457	-	2,266
5	0,577	1,427	1,290	-	2,089
6	0,483	1,287	1,184	0,030	1,970
7	0,419	1,182	1,109	0,118	1,882
8	0,373	1,099	1,054	0,185	1,815
9	0,337	1,032	1,010	0,239	1,761
10	0,308	0,975	0,975	0,284	1,716

<i>n</i>	<i>D</i>₃	<i>D</i>₄	<i>D</i>	<i>c</i>₄	<i>d</i>₂
2	-	3,267	0,709	0,798	1,128
3	-	2,574	0,524	0,886	1,693
4	-	2,282	0,446	0,921	2,059
5	-	2,114	0,403	0,940	2,326
6	-	2,004	0,375	0,952	2,534
7	0,076	1,924	0,353	0,959	2,704
8	0,136	1,864	0,338	0,965	2,847
9	0,184	1,816	0,325	0,969	2,970
10	0,223	1,777	0,314	0,973	3,078

FONTE: MONTGOMERY, D.C. *Introduction to statistical quality control*. 3 ed. New York, John Wiley, 1996.

Anexo B - CAUDAS PADRONIZADAS DAS CURVAS DE PEARSON

P _i * (Percentil 0,135) para Sk >= 0. P _s * (Percentil 99,865) para Sk < 0.																		
Ku	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
-1,4	1,512	1,421	1,317	1,206	1,092	0,979	0,868	0,762										
-1,2	1,727	1,619	1,496	1,364	1,230	1,100	0,975	0,858	0,747									
-1,0	1,966	1,840	1,696	1,541	1,384	1,232	1,089	0,957	0,836									
-0,8	2,210	2,072	1,912	1,736	1,555	1,377	1,212	1,062	0,927	0,804	0,692							
-0,6	2,442	2,298	2,129	1,941	1,740	1,539	1,348	1,175	1,023	0,887	0,766	0,656						
-0,4	2,653	2,506	2,335	2,141	1,930	1,711	1,496	1,299	1,125	0,974	0,841	0,723	0,616					
-0,2	2,839	2,692	2,522	2,329	2,116	1,887	1,655	1,434	1,235	1,065	0,919	0,791	0,677	0,574				
0,0	3,000	2,856	2,689	2,500	2,289	2,059	1,817	1,578	1,356	1,163	1,000	0,861	0,739	0,630	0,531			
0,2	3,140	2,986	2,834	2,653	2,447	2,220	1,976	1,726	1,485	1,269	1,086	0,933	0,801	0,686	0,583			
0,4	3,261	3,088	2,952	2,785	2,589	2,368	2,127	1,873	1,619	1,382	1,178	1,008	0,865	0,742	0,643	0,536		
0,6	3,366	3,164	3,045	2,896	2,714	2,502	2,267	2,015	1,754	1,502	1,277	1,087	0,931	0,799	0,685	0,583	0,489	
0,8	3,458	3,222	3,118	2,986	2,821	2,622	2,396	2,148	1,887	1,625	1,381	1,172	1,000	0,857	0,736	0,629	0,533	
1,0	3,539	3,266	3,174	3,058	2,910	2,727	2,512	2,271	2,013	1,748	1,491	1,262	1,072	0,917	0,787	0,675	0,575	0,484
1,2	3,611	3,300	3,218	3,115	2,983	2,817	2,616	2,385	2,132	1,876	1,602	1,357	1,149	0,979	0,840	0,721	0,617	0,524
1,4	3,674	3,327	3,254	3,161	3,043	2,893	2,708	2,488	2,243	1,981	1,713	1,456	1,230	1,045	0,894	0,768	0,659	0,562
1,6	3,731	3,349	3,282	3,199	3,092	2,957	2,787	2,581	2,345	2,089	1,821	1,556	1,316	1,113	0,950	0,815	0,701	0,600
1,8	3,782	3,367	3,306	3,229	3,133	3,011	2,855	2,664	2,438	2,189	1,925	1,664	1,404	1,185	1,008	0,863	0,743	0,638
2,0	3,828	3,382	3,325	3,255	3,167	3,055	2,914	2,736	2,524	2,283	2,023	1,755	1,494	1,261	1,068	0,913	0,785	0,676
2,2	3,870	3,395	3,342	3,277	3,196	3,093	2,964	2,800	2,600	2,369	2,116	1,850	1,584	1,339	1,132	0,964	0,828	0,714
2,4	3,908	3,405	3,356	3,295	3,220	3,126	3,006	2,855	2,669	2,448	2,202	1,940	1,673	1,420	1,198	1,018	0,873	0,752
2,6	3,943	3,415	3,367	3,311	3,241	3,153	3,043	2,904	2,730	2,521	2,283	2,026	1,760	1,501	1,267	1,073	0,918	0,791
2,8	3,975	3,423	3,378	3,324	3,259	3,177	3,075	2,946	2,784	2,586	2,358	2,107	1,844	1,581	1,338	1,131	0,965	0,830
3,0	4,004	3,430	3,387	3,326	3,274	3,198	3,103	2,983	2,831	2,646	2,427	2,183	1,924	1,661	1,410	1,191	1,013	0,870
3,2	4,031	3,436	3,395	3,346	3,288	3,216	3,127	3,015	2,874	2,699	2,491	2,254	2,000	1,738	1,483	1,253	1,063	0,911
3,4	4,056	3,441	3,402	3,356	3,300	3,233	3,149	3,043	2,911	2,747	2,549	2,321	2,072	1,813	1,555	1,317	1,115	0,953
3,6	4,079	3,446	3,408	3,364	3,311	3,247	3,168	3,069	2,945	2,790	2,602	2,383	2,140	1,884	1,626	1,381	1,169	0,996
3,8	4,101	3,450	3,414	3,371	3,321	3,259	3,184	3,091	2,974	2,829	2,651	2,440	2,205	1,953	1,695	1,446	1,224	1,041
4,0	4,121	3,454	3,419	3,378	3,329	3,271	3,200	3,111	3,001	2,864	2,695	2,494	2,265	2,018	1,762	1,510	1,281	1,088
4,2	4,140	3,458	3,423	3,384	3,337	3,281	3,213	3,129	3,025	2,895	2,735	2,543	2,321	2,080	1,827	1,574	1,338	1,135
4,4	4,157	3,461	3,428	3,398	3,344	3,290	3,225	3,145	3,047	2,923	2,771	2,588	2,374	2,138	1,889	1,636	1,396	1,184
4,6	4,174	3,464	3,431	3,394	3,350	3,299	3,236	3,160	3,066	2,949	2,805	2,629	2,424	2,194	1,948	1,697	1,453	1,234
4,8	4,189	3,466	3,435	3,399	3,356	3,306	3,246	3,173	3,084	2,972	2,835	2,668	2,470	2,246	2,005	1,756	1,510	1,285
5,0	4,204	3,469	3,438	3,403	3,362	3,313	3,256	3,186	3,100	2,994	2,863	2,703	2,513	2,296	2,059	1,813	1,566	1,336
5,2	4,218	3,471	3,441	3,406	3,367	3,320	3,264	3,197	3,114	3,013	2,888	2,735	2,562	2,342	2,111	1,867	1,621	1,387
5,4	4,231	3,473	3,444	3,410	3,371	3,326	3,272	3,207	3,128	3,031	2,911	2,765	2,589	2,368	2,160	1,920	1,675	1,438
5,6	4,243	3,475	3,446	3,413	3,375	3,331	3,279	3,216	3,140	3,047	2,933	2,793	2,624	2,427	2,206	1,970	1,727	1,489
5,8	4,255	3,477	3,448	3,416	3,379	3,336	3,286	3,225	3,152	3,062	2,952	2,818	2,656	2,465	2,250	2,019	1,778	1,539
6,0	4,266	3,478	3,451	3,419	3,383	3,341	3,292	3,233	3,162	3,076	2,970	2,841	2,685	2,501	2,292	2,065	1,827	1,588
6,2	4,276	3,480	3,453	3,422	3,386	3,345	3,297	3,240	3,172	3,089	2,987	2,863	2,713	2,535	2,332	2,109	1,874	1,635
6,4	4,286	3,481	3,454	3,424	3,389	3,349	3,303	3,247	3,181	3,100	3,003	2,883	2,739	2,567	2,369	2,151	1,919	1,682
6,6	4,296	3,483	3,456	3,426	3,392	3,353	3,308	3,254	3,189	3,111	3,017	2,902	2,763	2,597	2,405	2,191	1,962	1,727
6,8	4,305	3,484	3,458	3,429	3,395	3,357	3,312	3,260	3,197	3,122	3,030	2,919	2,785	2,624	2,438	2,229	2,004	1,771
7,0	4,313	3,485	3,459	3,431	3,398	3,360	3,316	3,265	3,204	3,131	3,043	2,936	2,806	2,651	2,469	2,265	2,044	1,814
7,2	4,322	3,486	3,461	3,432	3,400	3,363	3,321	3,270	3,211	3,140	3,054	2,951	2,825	2,675	2,499	2,300	2,083	1,855
7,4	4,330	3,487	3,462	3,434	3,403	3,366	3,324	3,275	3,218	3,148	3,065	2,965	2,843	2,698	2,527	2,333	2,120	1,895
7,6	4,337	3,488	3,464	3,436	3,405	3,369	3,328	3,280	3,224	3,156	3,075	2,978	2,860	2,720	2,554	2,364	2,155	1,933
7,8	4,344	3,489	3,465	3,437	3,407	3,372	3,331	3,284	3,229	3,164	3,085	2,990	2,876	2,740	2,579	2,394	2,189	1,970
8,0	4,351	3,490	3,466	3,439	3,409	3,374	3,335	3,289	3,235	3,171	3,094	3,002	2,891	2,759	2,603	2,422	2,221	2,005
8,2	4,358	3,491	3,467	3,440	3,411	3,377	3,338	3,292	3,240	3,177	3,103	3,013	2,906	2,777	2,625	2,449	2,252	2,040
8,4	4,365	3,492	3,468	3,442	3,412	3,379	3,340	3,296	3,244	3,183	3,111	3,023	2,919	2,794	2,646	2,475	2,282	2,073
8,6	4,371	3,492	3,469	3,443	3,414	3,381	3,343	3,300	3,249	3,189	3,118	3,033	2,932	2,810	2,666	2,499	2,310	2,104
8,8	4,377	3,493	3,470	3,444	3,416	3,383	3,346	3,303	3,253	3,195	3,125	3,042	2,943	2,825	2,685	2,522	2,337	2,135
9,0	4,382	3,494	3,471	3,445	3,417	3,385	3,348	3,306	3,257	3,200	3,132	3,051	2,955	2,839	2,703	2,544	2,363	2,164
9,2	4,388	3,495	3,472	3,447	3,418	3,387	3,351	3,309	3,261	3,205	3,138	3,059	2,965	2,853	2,720	2,565	2,388	2,192
9,4	4,393	3,495	3,473	3,448	3,420	3,388	3,353	3,312	3,265	3,209	3,144	3,067	2,975	2,866	2,736	2,585	2,411	2,219
9,6	4,398	3,496	3,473	3,449	3,421	3,390	3,355	3,315	3,268	3,214	3,150	3,075	2,985	2,878	2,752	2,604	2,434	2,248
9,8	4,403	3,496	3,474	3,450	3,422	3,392	3,357	3,317	3,272	3,218	3,156	3,082	2,994	2,890	2,766	2,622	2,456	2,271
10,0	4,408	3,497	3,475	3,451	3,424	3,393	3,359	3,320	3,275	3,222	3,161	3,088	3,003	2,901	2,780	2,639	2,476	2,295
10,2					3,425	3,395	3,361	3,322	3,278	3,226	3,166	3,095	3,011	2,911	2,793	2,655	2,496	2,318
10,4						3,396	3,363	3,325	3,281	3,230	3,171	3,101	3,019	2,921	2,806	2,671	2,515	2,340
10,6							3,364	3,327	3,283	3,233	3,175	3,107	3,026	2,930	2,818	2,686	2,533	2,361
10,8								3,329	3,286	3,237	3,179	3,112	3,033	2,940	2,829	2,700	2,551	2,382
11,0									3,289	3,240	3,184	3,118	3,040	2,948	2,840	2,714	2,567	2,401
11,2										3,243	3,188	3,123	3,046	2,956	2,851	2,727	2,583	2,420
11,4											3,191	3,128	3,053	2,964	2,861	2,739	2,598	2,438
11,6												3,195	3,132	3,058	2,972	2,		

P _S * (Percentil 99,865) para Sk >= 0. P _I * (Percentil 0,135) para Sk < 0.																		
Ku	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
-1,4	1,512	1,584	1,632	1,655	1,653	1,626	1,579	1,516										
-1,2	1,727	1,813	1,871	1,899	1,895	1,861	1,803	1,726	1,636									
-1,0	1,966	2,065	2,134	2,170	2,169	2,131	2,061	1,966	1,856									
-0,8	2,210	2,320	2,400	2,446	2,454	2,422	2,349	2,241	2,108	1,965	1,822							
-0,6	2,442	2,560	2,648	2,704	2,726	2,708	2,646	2,540	2,395	2,225	2,052	1,885						
-0,4	2,653	2,774	2,869	2,934	2,969	2,968	2,926	2,837	2,699	2,518	2,314	2,114	1,928					
-0,2	2,839	2,961	3,060	3,133	3,179	3,194	3,173	3,109	2,993	2,824	2,608	2,373	2,152	1,952				
0,0	3,000	3,123	3,224	3,303	3,358	3,387	3,385	3,345	3,259	3,116	2,914	2,665	2,405	2,169	1,960			
0,2	3,140	3,261	3,364	3,447	3,510	3,550	3,564	3,546	3,488	3,378	3,206	2,970	2,690	2,412	2,167			
0,4	3,261	3,381	3,484	3,570	3,639	3,688	3,715	3,715	3,681	3,603	3,468	3,264	2,993	2,887	2,398	2,149		
0,6	3,366	3,485	3,588	3,676	3,749	3,805	3,843	3,858	3,844	3,793	3,693	3,529	3,290	2,984	2,658	2,366	2,119	
0,8	3,458	3,575	3,678	3,768	3,844	3,905	3,951	3,978	3,981	3,953	3,883	3,758	3,561	3,283	2,945	2,609	2,322	
1,0	3,539	3,654	3,757	3,847	3,926	3,991	4,044	4,080	4,096	4,087	4,043	3,952	3,797	3,561	3,243	2,881	2,547	2,269
1,2	3,611	3,724	3,826	3,917	3,997	4,066	4,124	4,167	4,194	4,208	4,177	4,115	3,998	3,308	3,529	3,172	2,798	2,478
1,4	3,674	3,786	3,887	3,978	4,060	4,131	4,193	4,243	4,278	4,296	4,290	4,252	4,168	4,020	3,789	3,463	3,075	2,705
1,6	3,731	3,842	3,942	4,033	4,115	4,189	4,253	4,308	4,351	4,378	4,386	4,367	4,311	4,200	4,015	3,736	3,364	2,961
1,8	3,782	3,891	3,990	4,081	4,164	4,239	4,307	4,365	4,414	4,449	4,468	4,472	4,431	4,352	4,209	3,979	3,646	3,238
2,0	3,828	3,936	4,034	4,125	4,208	4,285	4,354	4,416	4,468	4,511	4,539	4,549	4,532	4,479	4,372	4,189	3,907	3,522
2,2	3,870	3,976	4,073	4,164	4,248	4,325	4,396	4,460	4,517	4,564	4,600	4,620	4,619	4,587	4,510	4,369	4,137	3,796
2,4	3,908	4,013	4,109	4,199	4,283	4,361	4,433	4,500	4,559	4,611	4,653	4,682	4,693	4,678	4,627	4,521	4,336	4,047
2,6	3,943	4,046	4,142	4,231	4,315	4,394	4,467	4,535	4,597	4,653	4,700	4,736	4,757	4,756	4,725	4,649	4,506	4,269
2,8	3,975	4,077	4,172	4,261	4,344	4,423	4,498	4,567	4,631	4,690	4,741	4,783	4,812	4,824	4,809	4,758	4,650	4,460
3,0	4,004	4,105	4,199	4,287	4,371	4,450	4,525	4,596	4,662	4,723	4,777	4,824	4,860	4,882	4,881	4,850	4,771	4,623
3,2	4,031	4,131	4,224	4,312	4,396	4,475	4,550	4,622	4,689	4,752	4,810	4,861	4,903	4,932	4,944	4,929	4,875	4,762
3,4	4,155	4,155	4,247	4,335	4,418	4,498	4,573	4,645	4,714	4,779	4,839	4,893	4,940	4,976	4,997	4,996	4,963	4,880
3,6	4,079	4,177	4,269	4,356	4,439	4,518	4,594	4,667	4,737	4,803	4,865	4,922	4,973	5,015	5,044	5,055	5,038	4,980
3,8	4,101	4,197	4,288	4,375	4,458	4,537	4,614	4,687	4,757	4,825	4,888	4,948	5,002	5,049	5,085	5,106	5,103	5,066
4,0	4,121	4,217	4,307	4,393	4,476	4,555	4,631	4,705	4,776	4,845	4,910	4,972	5,029	5,080	5,122	5,150	5,159	5,139
4,2	4,140	4,234	4,324	4,410	4,492	4,571	4,648	4,722	4,794	4,863	4,929	4,993	5,052	5,107	5,153	5,189	5,208	5,202
4,4	4,157	4,251	4,340	4,425	4,508	4,587	4,663	4,737	4,809	4,879	4,947	5,012	5,074	5,131	5,181	5,223	5,250	5,257
4,6	4,174	4,267	4,355	4,440	4,522	4,601	4,677	4,752	4,824	4,895	4,963	5,029	5,093	5,152	5,207	5,253	5,288	5,305
4,8	4,189	4,281	4,369	4,454	4,535	4,614	4,691	4,765	4,838	4,909	4,978	5,045	5,110	5,172	5,229	5,280	5,321	5,346
5,0	4,204	4,295	4,383	4,467	4,548	4,627	4,703	4,778	4,851	4,922	4,992	5,060	5,126	5,190	5,249	5,303	5,350	5,383
5,2	4,218	4,408	4,395	4,479	4,560	4,638	4,715	4,789	4,862	4,934	5,004	5,073	5,141	5,206	5,267	5,325	5,376	5,415
5,4	4,231	4,321	4,407	4,490	4,571	4,649	4,725	4,800	4,873	4,945	5,016	5,086	5,154	5,220	5,284	5,344	5,399	5,443
5,6	4,243	4,332	4,418	4,501	4,581	4,659	4,736	4,810	4,884	4,956	5,027	5,097	5,166	5,233	5,299	5,361	5,418	5,468
5,8	4,255	4,343	4,429	4,511	4,591	4,669	4,745	4,820	4,893	4,966	5,037	5,108	5,177	5,246	5,312	5,376	5,436	5,491
6,0	4,266	4,354	4,439	4,521	4,600	4,678	4,754	4,829	4,902	4,975	5,046	5,117	5,188	5,257	5,325	5,390	5,452	5,511
6,2	4,276	4,364	4,448	4,530	4,609	4,695	4,763	4,837	4,911	4,983	5,055	5,123	5,197	5,267	5,336	5,403	5,467	5,529
6,4	4,286	4,373	4,457	4,538	4,618	4,703	4,771	4,845	4,919	4,991	5,063	5,135	5,206	5,276	5,346	5,414	5,480	5,542
6,6	4,296	4,382	4,466	4,547	4,626	4,710	4,778	4,853	4,926	4,999	5,071	5,143	5,214	5,285	5,356	5,425	5,492	5,557
6,8	4,305	4,391	4,474	4,554	4,633	4,717	4,785	4,860	4,933	5,006	5,078	5,150	5,222	5,293	5,364	5,434	5,503	5,569
7,0	4,313	4,399	4,481	4,562	4,640	4,724	4,792	4,867	4,940	5,013	5,085	5,157	5,229	5,301	5,372	5,443	5,513	5,581
7,2	4,322	4,406	4,489	4,569	4,647	4,730	4,799	4,873	4,946	5,019	5,091	5,164	5,236	5,308	5,380	5,451	5,522	5,591
7,4	4,330	4,414	4,496	4,576	4,654	4,736	4,805	4,879	4,952	5,025	5,097	5,170	5,242	5,314	5,387	5,459	5,530	5,601
7,6	4,337	4,421	4,503	4,582	4,660	4,742	4,811	4,885	4,958	5,031	5,103	5,175	5,248	5,320	5,393	5,466	5,538	5,609
7,8	4,344	4,428	4,509	4,588	4,666	4,747	4,817	4,890	4,963	5,036	5,109	5,181	5,253	5,326	5,399	5,472	5,545	5,617
8,0	4,351	4,434	4,515	4,594	4,672	4,753	4,822	4,896	4,969	5,041	5,114	5,186	5,259	5,331	5,404	5,478	5,551	5,624
8,2	4,358	4,441	4,521	4,600	4,677	4,758	4,827	4,901	4,974	5,046	5,118	5,191	5,263	5,336	5,410	5,483	5,557	5,631
8,4	4,365	4,447	4,527	4,605	4,682	4,762	4,832	4,905	4,978	5,051	5,123	5,195	5,268	5,341	5,414	5,488	5,562	5,637
8,6	4,371	4,452	4,532	4,611	4,687	4,767	4,837	4,910	4,983	5,055	5,127	5,200	5,272	5,345	5,419	5,493	5,567	5,642
8,8	4,377	4,458	4,538	4,616	4,692	4,772	4,841	4,914	4,987	5,059	5,132	5,204	5,276	5,349	5,423	5,497	5,572	5,647
9,0	4,382	4,463	4,543	4,621	4,697	4,776	4,845	4,918	4,991	5,063	5,135	5,208	5,280	5,353	5,427	5,501	5,576	5,652
9,2	4,388	4,468	4,548	4,625	4,701	4,80	4,850	4,923	4,995	5,067	5,139	5,211	5,284	5,357	5,431	5,505	5,580	5,656
9,4	4,393	4,473	4,552	4,630	4,705	4,784	4,854	4,926	4,999	5,071	5,143	5,215	5,287	5,361	5,434	5,509	5,584	5,660
9,6	4,398	4,478	4,557	4,634	4,710	4,788	4,857	4,930	5,002	5,074	5,146	5,218	5,291	5,364	5,437	5,512	5,587	5,663
9,8	4,403	4,483	4,561	4,638	4,714	4,791	4,861	4,934	5,006	5,078	5,149	5,222	5,294	5,367	5,440	5,515	5,590	5,667
10,0	4,408	4,487	4,565	4,642	4,717	4,795	4,865	4,937	5,009	5,081	5,153	5,225	5,297	5,370	5,443	5,518	5,593	5,670

